

Gliederung: Thema 3

1. Der rechte Winkel

1.1 Der Begriff rechter Winkel

1.2 Verwendbarkeit der Definitionen

2. Der rechte Winkel im Geometrieunterricht

3. Unterrichtseinheit „rechter Winkel“

4. Umkreismitelpunkt eines Dreiecks

4.1 Umkreismitelpunkt eines rechtwinkligen Dreiecks

4.2 ~~gleichseitiges Dreieck~~

Umkreismitelpunkt eines gleichseitigen Dreiecks

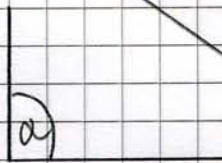
1. Der rechte Winkel

Im Geometrieunterricht wie auch im Alltag wird der Begriff „rechter Winkel“ häufig benutzt bzw. gebraucht.
Im folgenden

1.1 Der Begriff rechter Winkel

Unter dem Begriff rechter Winkel versteht man einen Winkel mit dem Maß 90° Grad.

$$\alpha = 90^\circ$$



Ein rechter Winkel lässt sich auf verschiedene Arten definieren.

Wenn ein Winkel 90° beträgt, dann wird er als rechter Winkel bezeichnet.

Wenn eine Strecke g eine andere Strecke l senkrecht im 90° Winkel schneidet, dann bilden die beiden Strecken einen rechten Winkel.

Steht eine Strecke g auf einer anderen Strecke l senkrecht, so steht sie im rechten bzw. im 90° Winkel auf l .

1. Der rechte Winkel

Im Geometrieunterricht wie auch im Alltag (Bau) wird der Begriff "rechter Winkel" häufig benutzt beziehungsweise gebraucht.

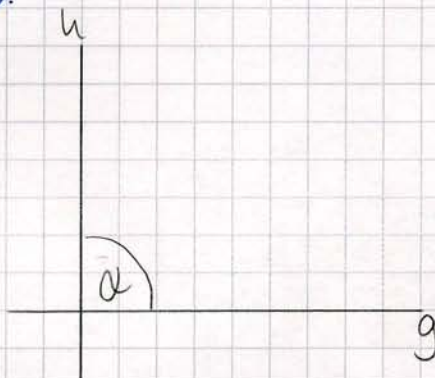
Rechte Winkel findet man auch überall in seiner näheren Umgebung. (Hauswand, Straßenlampe, Fenster)

1.1 Der Begriff rechter Winkel

Unter dem Begriff rechter Winkel versteht man einen Winkel mit dem Maß 90° Grad.

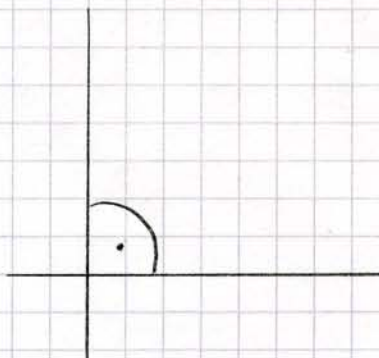
$$\alpha = 90^\circ$$

Skizze:



Für den rechten Winkel gibt es auch in Zeichnungen eindeutige Darstellungsmöglichkeiten oder Konstruktionen

Skizze:



\perp = rechter Winkel

Ein rechter Winkel lässt sich auf verschiedene Arten definieren.

4

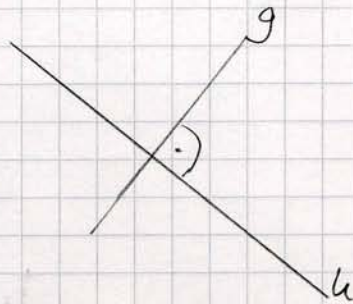
Größe des Winkels:

Wenn ein Winkel 90° beträgt, dann (und nur dann) wird er als rechter Winkel bezeichnet.

2 Geraden schneiden sich:

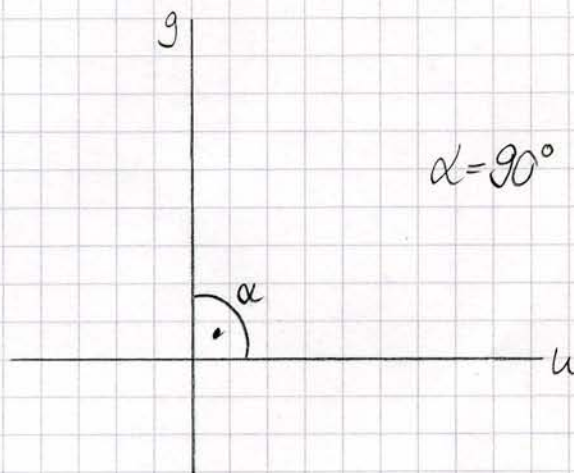
Wenn eine Gerade g eine andere Gerade h im 90° -Winkel schneidet, dann bilden alle beiden Geraden einen rechten Winkel.

Skizze:



Steht eine Gerade g senkrecht auf einer anderen Gerade h , so steht sie 90° -Winkel bzw. im rechten Winkel auf h .

Skizze:



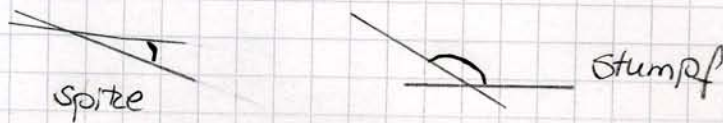
Für die Formulierung ~~„~~ „senkrecht aufeinander stehen“
bzw. einen gemeinsamen rechten Winkel bilden gibt es
im Geometrieunterricht für eine spezielle Bezeichnung/ Darstellung:

$$g \perp l = g \text{ steht senkrecht auf } l$$

Der rechte Winkel ~~ist~~ ^{ist} die goldene Mitte zwischen

~~Ein weitere Definition des rechten Winkels~~

~~der~~ spitzen Winkel ($\alpha < 90^\circ$) und ~~der~~ den stumpfen
Winkel ($\alpha > 90^\circ$) dar.



1.2 Verwendbarkeit der Definition

~~Die Defi~~ In der Schule gibt man Schülern gern etwas „festes“
und „greifbares“ in die Hand ~~um~~ damit den Stoff
zu lernen.

Definitionen sind ein bewährtes Unterrichtsmittel um
mathematische Sachverhalte ~~als~~ ~~als~~ ~~als~~ klar und unwider-
sprüchlich darzustellen. Sie sollen ~~un~~ ~~un~~ ~~un~~ missverständlich sein
und eindeutig sein.

Die erste Definition über die Größe des rechten Winkels
ist für die Schüler klar verständlich und eindeutig.

Ein rechter Winkel ^{wird} ~~ist~~ ^{als} ~~ein~~ rechter Winkel be-
zeichnet, wenn er 90° beträgt.

Alle anderen Winkelmaße wie 42° , 152° oder 267° können keine rechten Winkel sein.

Definition im Mathematikunterricht sind feste Aussage und beschreiben Sachverhalte. ~~bedeuten~~ wenn ~~a~~ die Situation a ist, dann tritt Situation B auch ein. (siehe 3. Definition).

Da der Begriff bzw. die Formulierung

1.2. Verwendbarkeit der Definitionen.

In der Schule werden Schülern meist Definitionen an die Hand gegeben, weil sie Sachverhalte klar, eindeutig, knapp, verständlich und (möglichst) nicht wiederlegbar darstellen/aufweisen.

Unnötige Erklärungen werden ~~§~~ weggelassen, es wird darauf geachtet ~~da~~ Definitionen für Schüler verständlich aufzuschreiben. Vorallem sollen Definitionen eindeutig sein und somit einen konkreten Fall beschreiben. ~~zwei~~

Nur ein 90° Winkel wird als rechter Winkel bezeichnet.

Alle anderen Winkelgrößen sind keine rechten Winkel.

Die erste Definition über die Größe des rechten Winkels ist eindeutig für die Schüler.

Diese Definition ist auch nicht wiederlegbar

7
durch Gegenbeispiele.

Die 2. Definition ist durch die erste belegt. Wenn ~~ein~~
~~zwei~~ eine Gerade die andere im 90° Winkel schneidet
und ein 90° Winkel auch als rechter Winkel bezeichnet
werden kann, dann ~~erzeugen~~ ^{gebildet} die beiden Geraden
zusammen einen 90° Winkel beziehungsweise einen rechten
Winkel.

Die mächtigste Definition ist ~~bereits~~ ~~auch~~ ~~schon~~ ~~im~~ ist
auch klar definiert: Wenn eine Gerade g senkrecht
auf ~~einer~~ einer anderen Gerade h steht ($g \perp h$),
dann bilden g und h einen 90° Winkel / rechten
Winkel.

① Begriffe 90° -Winkel und rechter Winkel sollte
vorher schon geklärt sein, ^{be} ~~vor~~ ② in der Schule eingeführt
wird. Sonst könnten die Begriffe bei den Schülern
für Verwirrung (Stippen-) sorgen.

Alle Definitionen sollten ~~se~~ nicht gleichzeitig in der
Schule eingeführt werden. Die wichtigste ist die
erste Definition.

-
- ① Der Zusammenhang der
 - ② Die Definition

2. Der rechte Winkel im Geometrieunterricht

Der rechte Winkel spielt ab der Einführung in den Unterricht jedes Jahr eine Rolle. Er wird als Grundwissen angewendet und vorausgesetzt.

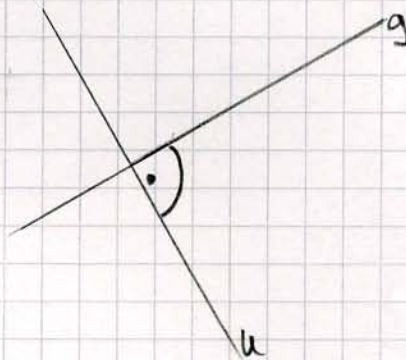
Man kommt im Geometrieunterricht nicht an ihm vorbei geschweigen ~~er~~ ohne ihn aus.

⊗

Der rechte Winkel ist für Zeichnungen wichtig. ~~Zeichnet~~ Beispielsweise ist für ~~den~~ Zeichnungen von 2 Strecken oder Geraden, die sich senkrecht schneiden (im 90° Winkel).

Skizze

$g \perp u$



N

~~Natürlich auch Zeichnungen von 90° Winkeln~~
werden in

Natürlich werden auch in Zeichnungen 90° Winkel dargestellt.

Der rechte Winkel ist nicht für Zeichnungen jeglicher Art wichtig von Strecken, Geraden, Winkeln usw. wichtig, sondern auch für andere Abbildungen.

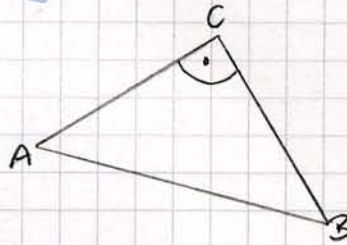
⊗ Der rechte Winkel ist für den Bereich Winkel und seine Unterscheidung (spitz, stumpf) natürlich besonders wichtig

Abbildungen von Figuren und Körpern (können) besitzen auch rechte Winkel.

Beispiele für Figuren mit rechten einem oder mehreren rechten Winkeln sind:

- das rechtwinklige Dreieck:

Skizze:



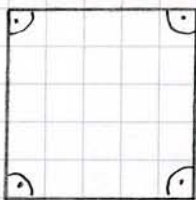
Das Dreieck $\triangle ABC$ heißt rechtwinklig, wenn das Dreieck einen 90° Winkel besitzt.

- das Rechteck:



Das Rechteck besitzt mindestens 3 rechte Winkel.

- das Quadrat



Das Quadrat besitzt ebenfalls mindestens 3 rechte Winkel (90° -Winkel und 3 mindestens

3 gleichlange Seiten.

Der Name des Rechtecks hängt nahe mit den rechten Winkeln zusammen.

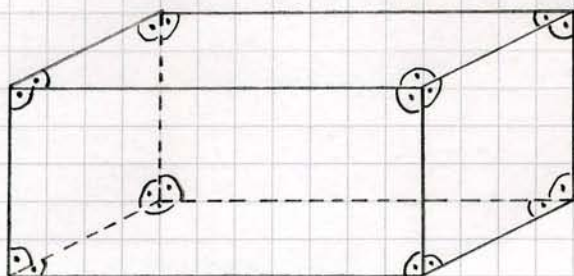
Das Rechteck definiert sich über seine 4 rechten Winkel und der Name des Rechtecks liegt nahe.

Für Figuren, ihre Darstellungen und, Kennzeichen / Eigenschaften wie für ihre Definitionen ~~ist~~ ^{spielt} der rechte Winkel eine wichtige Rolle.

Ähnlich verhält es sich bei den Körpern mit der Rolle des rechten Winkels.

Für die Darstellung von Quader, Prismen, Pyramiden (Höhe) oder manche Zylinder (Höhe) benötigt man den rechten Winkel.

• Quader

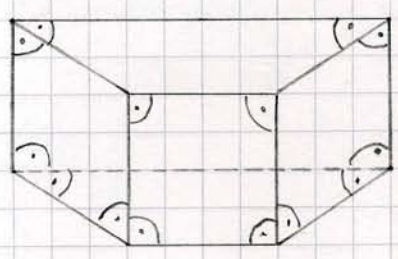


Ein Quader besteht aus

Bei einem Quader sind gegenüberliegende Flächen (Begrenzungsflächen) kongruent.

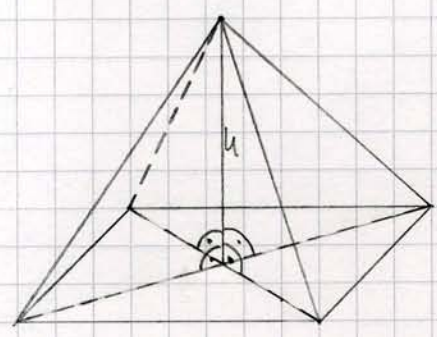
Ein Quader besteht aus gegenüberliegende kongruente Rechtecken.

• Prisma (gerade)



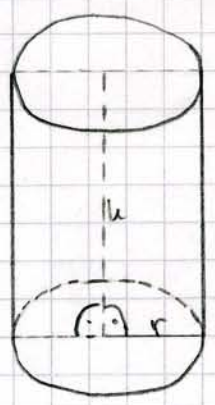
~~• Prisma (gerade)~~

• Pyramide (gerade)



In einer Pyramide (gerade) steht die Höhe senkrecht auf dem Schnittpunkt der ~~zwei~~ Diagonalen.

• Zylinder



Körper benötigen auch zur Darstellung oder Beschreibung ihrer selbst (~~#~~ Grundfläche, Deckfläche, Begrenzungsflächen, Höhen) den rechten Winkel.

Der rechte Winkel wird auch für Konstruktionen vorschriften benötigt. Für den rechten Winkel gibt es klare Zeichen \square \perp in einer ~~Karte~~ Konstruktionsvorschrift.

Beispiel: Konstruktion eines Quadrats

~~Gegeben~~ Gegeben: $a = 3\text{cm}$

Konstruktion:

- 1) $\overline{AB} = a = 3\text{cm}$ zeichnen
- 2) ~~#~~ $\sphericalangle ABC = 90^\circ = \square$ (Quadrat: $4 \times 90^\circ$)

Auch für Beweise wird der rechte Winkel gebraucht. ~~Bis~~ Er ist ein ~~ein~~ eindeutige Hilfsmittel um etwas zu beweisen.

3. Unterrichtsziele „rechter Winkel“

Voraussetzungen bei den Schülern:

☛ Schüler sollten schon mal mit dem Geodreieck gearbeitet haben.

~~Kennnisse von stumpfen und spitzen Winkel
sollten vorhanden sein. Wie wird über ein ~~Winkel~~ ~~Winkel~~~~

Kennnisse von stumpfen und spitzen Winkeln sollten vorhanden sein.

Grobziel: Schüler sollen wissen was ein rechter Winkel ist und ihn auch erkennen.

Feinziele: - Schüler sollen Umgang mit Geodreieck
bessern und vertiefen

- Schüler sollen einen rechten Winkel beschreiben können
- Schüler sollen einen rechten Winkel zeichnen können

~~Unterrichtsverlauf:~~

~~I Kopfgeometrie:~~

~~Beginn der Stunde, Wiederholung der letzten
Stunde, leichter Einstieg:~~

~~Wichtiger Einstieg in die Stunde:~~

~~→ Arbeitsblatt mit verschiedenen Winkeln~~

~~Schüler sollen den Umgang mit dem Geodreieck
mehrmal üben und das Messen mit dem~~

neuen Stoff üben

2) Problemstellung

Unterrichtsverlauf:

I Kopfgeometrie

Wiederholung der letzten Stunde $\frac{3}{4}$
(kurz)

II Problemstellung

Vorbereitung auf das Thema „Rechter Winkel“

~~→ Arbeitsblatt mit einigen verschiedenen Winkeln.
Aufgabe der Schüler: Messen der Winkel, Umgang mit dem Geodreieck~~

Folie A mit 3 Winkeln: ein spitzer Winkel, ein rechter Winkel, ein stumpfer Winkel

→ Schüler sollen ihren Gedanken und Ideen äußern, um das Problem zu konkretisieren.

III Problemlösung

1. enaktive Präsentation

Arbeitsblatt Teil A mit den oben gezeichneten Winkeln und (weiteren Winkeln)

→ Schüler sollen die Winkel messen, vergleichen und Unterschiede herausstellen.

-> Schüler sollen auch den Umgang mit dem Geodreieck üben

2. ikonische Repräsentation

Leder malt/zeichnet

Folie ~~8~~ mit mehreren ~~Winkeln~~ verschiedenen

Winkeln an die Tafel

-> Aufgabe ~~ist es~~ der Schüler ist es die Winkel heraus-zustellen, die 90° betragen.

3. ~~symbol~~ symbolische Repräsentation

Teil
Arbeitsblatt B mit mehreren Winkeln (verschiedene)

- stumpfe

- rechte

- spitze

-> Schüler sollen den jeweiligen Winkeln die richtigen Namen zu ordnen.

IV Operatives Üben

Schüler bekommen ein weiteres ^{Teil} Übungsblatt C oder Aufgaben aus dem Buch.

Statt nur Winkeln werden jetzt auch Figuren wie Rechteck, Viereck oder Dreieck betrachtet und der rechte Winkel eingemalt/eingezeichnet.

V Sicherstellung des Ergebnisses der Stunde

Die Sicherstellung findet Tagelbild ~~und~~ des Lehrers und Heftbeitrag des Schülers statt.

Verschiedene Teile des Arbeitsblatt

Teil
Folien: (Arbeitsblatt/A)

Wir vergleichen Winkel miteinander

$\beta =$ _____ $\alpha =$ _____ $\gamma =$ _____

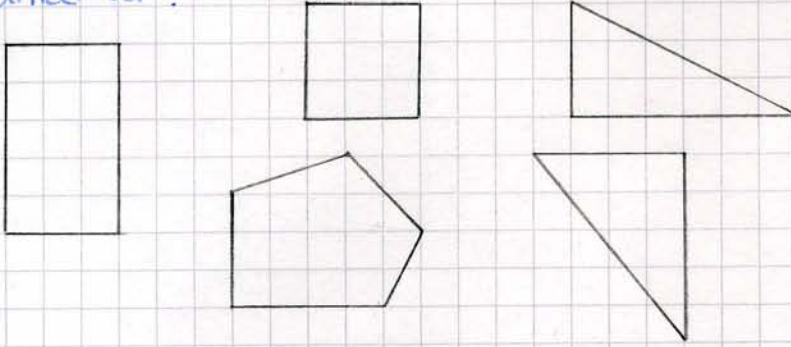
~~Arbeitsblatt~~ Arbeitsblatt mit B

Wir unterscheiden verschiedene Winkel

weniger als 90° = _____
mehr als 90° = _____
 90° = _____ } Winkel

Wo kommt überall ein rechter

Winkel vor?

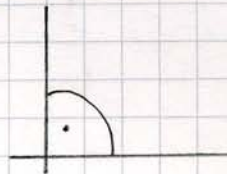


Tafelbild

Der rechte Winkel

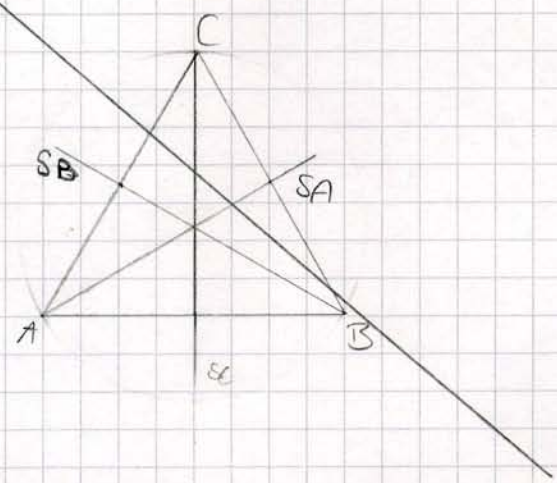
Beträgt ein Winkel 90° , dann nennt man ihn auch rechter Winkel.

$$\angle = 90^\circ = \text{r.}$$



4. Umkreismitelpunkt eines Dreiecks

Gegeben ist ein allgemeines Dreieck ABC .



Konstruktion des Umkreismitelpunktes des Dreiecks

Es werden alle 3 Seitenhalbierenden konstruiert um den Umkreismitelpunkt zu erhalten.

4. Umkreismittelpunkt eines Dreiecks

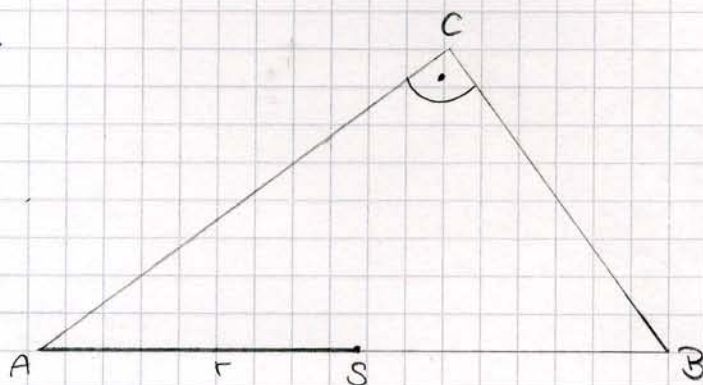
19

4.1 Der Umkreismittelpunkt eines rechtwinkligen Dreiecks

Bei der Konstruktion des Umkreismittelpunkts ist ~~bedeutend~~ im rechtwinkligen Dreieck ist der Satz von Thales zu beachten.

Ist ein Dreieck ABC rechtwinklig und \overline{AB} die Hypotenuse ~~und~~ ^{und} liegt C ^{bei} mit $\alpha = 90^\circ$ ~~unter~~ ^{gegenüber} dem rechten Winkel, dann ist ~~AB~~ \overline{AB} der Durchmesser und C liegt auf dem Umkreis.

Skizze:



Da $\overline{AB} = d$, folgt daraus $\frac{1}{2} \overline{AB} = r$.

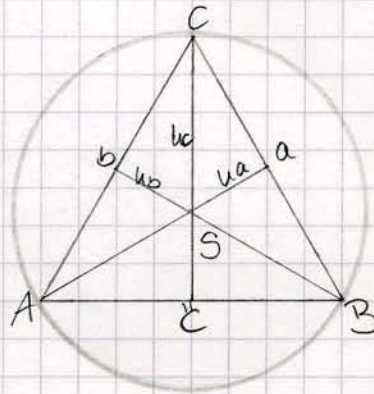
4.2. Umkreismittelpunkt eines gleichseitigen Dreieck

Bei einem gleichseitigen Dreieck sind alle Seiten gleich, damit alle Winkel gleich groß (Kongruenzsätze SSS).

Seitenhalbierende wie Winkelhalbierende und Höhen aller 3 Seiten entsprechen sich jeweils bzw. sind gleich lang.

Skizze

$$u = s = w$$



Höhe = Seitenhalbierende = Winkelhalbierende

Der Abstand $\overline{AS} = \overline{BS} = \overline{CS} = r$ ist der Radius r .

~~Und~~ Und damit kann der Umkreis konstruiert werden.