Thema Nr. 3

1a) Erläuterung des Begriffes „der rechte Winkel" – verschiedenartige Definitionen

Unter „rechtem Winkel" als feststehenden Begriff versteht jeder Leser nicht nur eines, sondern es kommen ihm, nicht nur 90°, wie jedem Mathematiker auch sondern andere Dinge im Bezug dazu in den Sinn.
Hier wären neben der „berühmten" 90°-Eigenschaft und der dadurch folgenden Abgrenzung von stumpfen bzw. gestreckten Winkeln noch viele weitere zu nennen:
Beispielsweise, dass man im Gegensatz zu anderen Winkeln genau bestimmen kann, wie groß ein „Rechter Winkel" ist, dass es sogar ein eigenes Symbol ⊾ dafür gibt, oder auch die Bezeichnung „Lot" bzw. „Lot fällen" wird im Bezug auf den Rechten Winkel" benutzt. Ebenso häufig liest bzw. spricht man im Falle einer Geraden g von Senkrechte auf h oder dergleichen, wobei wieder ein „Rechter Winkel" ausschlaggebend war und mit dem Senkrechtzeichen $g \perp h$ in Verbindung gebracht werden kann.
Aber nicht nur der Begriff wird vielfältig gebraucht, bzw.

gibt es mehrere davon, auch die Definition des „Rechten Winkels" variieren:

Eine erste Definition wäre:

Ein „Rechter Winkel" entsteht, wenn zwei Geraden aufeinander senkrecht stehen, z.B. kurz: $g \perp h$.

Eine weitere Definition könnte sein:

Unter einem „Rechten Winkel" versteht man einen 90° Winkel.

oder:

Um einen „Rechten Winkel" zu erhalten, muss man ein Lot auf eine Gerade g im 90° Winkel fällen

Als Zusammenfassung aller drei Definitionen könnte aber auch eine Konstruktionsbeschreibung stehen oder eine Definition in der sowohl der Begriff „Lot" und „senkrecht", sowie „90°" vorkommen.

b) Verwendbarkeit der Definitionen

Um diese Definitionen überhaupt verwenden zu können, ist eine Begriffsklärung von Worten wie „senkrecht", „Lot" „Lot fällen" zunächst unabdingbar. Ebenso wichtig ist, dass die Schüler selbst an der Definitionserarbeitung beteiligt sind und ihre Herkunft eines „Rechten Winkels" selbst äußern. Eingebettet werden, muss die

Definitionsfindung außerdem in eine vorher klärende Unterrichtssituation, in der die Schüler den Begriff so weit verinnerlicht haben, dass sie ihn selbst bestimmen und anwenden können. Um diese Punkte schließlich zu gewährleisten sollte die Definition noch einprägsamen Charakter besitzen, d.h. auch, dass sie „Merksatzkürze" als Maximum besitzen dürfte.
Die einfachste Definition wäre für Hauptschüler also eine Kombination aus allen wichtigen Begriffen, wie „Lot", „90°" und „senkrecht" in einem kurzen Satz zusammengefasst, wobei die Kurzform (⊥) ebenso als Beispiel mit ausgeführt werden könnte.

2. Themen / Begriffe zum Thema rechter Winkel

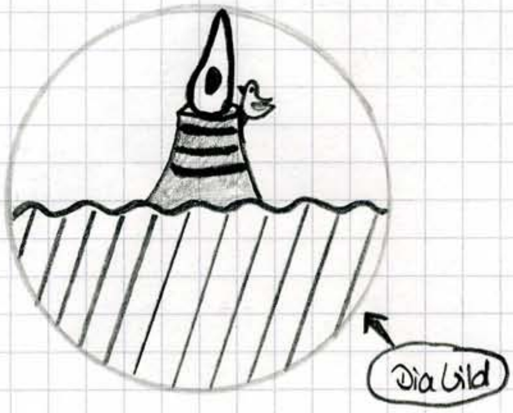
Allgemein zu erwähnen ist, dass „Rechte Winkel" in allen Bereichen der Geometrie vorhanden sind und auch für alle von nicht minderer Bedeutung.
Anzufangen wäre hier zunächst mit dem Bereich Raum und Form. Schon allein hier findet sich der rechte Winkel beim Thema Strahlensatz, Achsenspiegelung - und Abbildung, bei Zeichnungen im Koordinatensystem, bei

der Betrachtung der Form von Vielecken, Zylindern, Kegeln, Pyramiden, Kreisen und vielen mehr.
Ausgehend von der Form sind Berechnungen von Größen, das zugehörige Messen und der Umgang mit Zahlen auch ein Bereich, der ohne 90° - Winkel nicht auskommt. Hierbei ist vor allem das Geodreieck und der erlernte Umgang damit, z.B. bei Berechnungen der Winkelsumme im Dreieck oder allgemein bei Körpern anhand vorgegebener Winkel auf andere, benachbarte oder gegenüberliegende zu schließen, anzusetzen.
Nicht zu vergessen wäre auch die Behandlung des Satzes des Pythagoras in der neunten Klasse, sowie andere Formeln und Berechnungen die damit zusammenhängen bzw. darauf aufbauen.
Wichtig ist für die Zusammenhänge von Steigungsgraden im Koordinatensystem oder allgemein zu Bestimmung der Höhe verschiedener Figuren oder Körper, Mittelsenkrechte zu finden und deren Bedeutung zu kennen, ebenso der „Rechte Winkel", wie für Konstruktionen und das Verständnis aus den Beziehungen einzelner Teile zueinander.

3. Unterrichtseinheit zum Thema „Rechter Winkel" für die 5. Jahrgangsstufe

3.1 Motivations- / Hinführungsphasen

Zunächst ~~zeigt~~ wirft der Lehrer als stummen Impuls ein Dia an die Wand, das ein Guckloch aus einem Schiffsbauch zeigt, aus dem eine Boje erblickt werden kann:



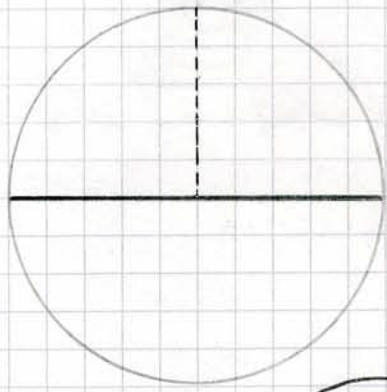
Die Schüler werden anschließend gefragt, was sie sehen und es wird an ihre Erfahrung angeknüpft, was mit Bojen geschieht, wenn eine Brise aufkommt.
Erwartet wird, dass die Schüler darauf kommen, dass die Boje nicht umfällt.

3.2 Erarbeitungsphase I / enaktiv

Zur Demonstration wird nun eine Darstellung in Form einer Wippe mit beschwerten Boden herumgereicht, die das „Schaukelverhalten" der Boje nachstellen soll.
Anschließend wird die Frage gestellt, wie denn die Boje bzw. Wippe steht. Hilfe bietet dabei Fragen wie: „auf dem Kopf", „gerade" oder auch senkrecht falls es von den Schülern nicht von selbst kommt.

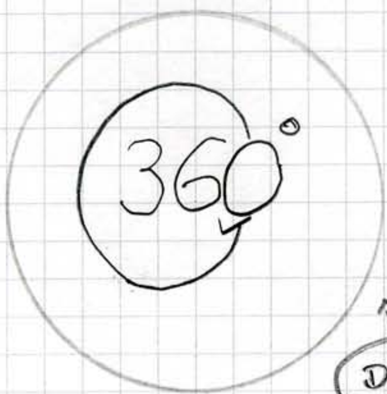
3.3 Erarbeitungsphase II / Ikonisierung

Nachdem der Stand der Boje als senkrecht festgelegt wird, wird die vereinfachte Skizze zum Thema an der Tafel freigelegt:



Tafelbild

Anschließend werden die Schüler nach der Meinung zur Skizze bzw. daraufhin gefragt, ob sie davon die Uhr ablesen können.
Manche werden mit 15^{00} Uhr, 9^{00} Uhr oder dergleichen antworten.
Hierzu wird nun ein Drehscheibe aus Papier ausgeteilt, in der nur ein Viertelfeld drehbar ist, wobei die Scheibe einen 360° Aufdruck besitzt:



Drehscheibe

Nun erfolgt eine Frage nach wieviel Teile man braucht um die Scheibe auszufüllen und was das 360° - Schild bedeutet.
Anschließend erfolgt die Berechnung an der Tafel:

$$360° : 4 = 90$$

Danach erfolgt eine Erklärung an einer großen Drehscheibe, die an eine weitere Tafel geheftet ist.
Es werden Fragen nach weiteren Drehungen und Winkeln durchgeführt, gegebenfalls diese an die Tafel gemalt und beschriftet.
Nun wird noch ein Merksatz formuliert

3.4 Mathematesierung

Mit Hilfe des Merksatzes sollen nun an verschiedenen Geraden 90°-Winkel im Laufe der Festigungsphase gezeichnet werden.

3.5 Festigungsphase

Zeichnen von 90° Winkeln durch die Schüler und Vergeben der Hausaufgabe in Form von Suche nach rcht. winkligen Gegenständen.

Im Rahmen der ca. zweistündigen Unterrichtseinheit soll als Grobziel das Verstehen des Begriffs „Rechter Winkel" gesetzt werden.
Feinziele wären:
Die Schüler sollen

- den Zusammenhang von „Rechten Winkel" und Ebene kennenlernen.
- den „Rechten Winkel" als besonderen Winkel erfahren
- verschiedenartige Schreibweisen erlernen
- den Umgang mit dem Geodreieck beherrschen und Winkel aufzeichnen können.

In weiterführenden Stunden kann erstmals der Versuch einer Konstruktion durchgeführt werden.

4. Umkreismittelpunkt des Dreiecks

Konstruktion der Mittelsenkrechten

a) Abtragen eines beliebigen Strecke mit Abstand $e > \overline{AB}$ an $A \wedge B$;

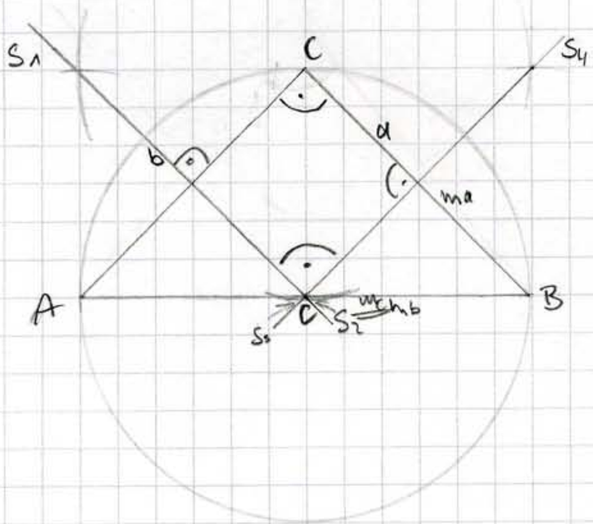
$S_1 \wedge S_2$ verbinden zu m_C

b) Abtragen einer beliebigen Strecke mit Abstand $e > \overline{CB}$ an $B \wedge C$;

$S_3 \wedge S_4$ verbinden zu m_a

c) Schnittpunkt p = Kreismittelpunkt = Schnittpunkt $m_c + m_a$

d) In P einstechen; $\overline{AP} = r$ → Umkreis um ΔABC



An einem Dreieck wird ein beliebiger Abstand e, der kleiner als $\overline{AB}$ sein muss, abgetragen, die Schnittpunkte werden zur Mittelsenkrechten mc verbunden. Das gleiche geschieht an B und C, wobei die Schnittpunkte zu ma verbunden werden. Schnittpunkt P der Mittelsenkrechten ma und mc ist das Umkreismittelpunkt des Kreises.

4.2 Begründung

Um den Umkreis eines Dreiecks konstruieren zu können, muss zunächst die Beziehung des Kreises zu den Mittelsenkrechten beachtet werden. Sie bilden den Mittelpunkt der Seite und stehen senkrecht darauf, was die Konstruktion eines 90°-Winkels erfordert. Deren Schnittpunkt untereinander bildet im rechtwinkligen Dreieck den Mittelpunkt ~~von dem~~ zum Umkreis auf dem laut „Thales" alle rechten Winkel der Strecke [AB] liegen, wobei der Kreis einen Durchmesser von $\overline{AB}$ hat.

Im Schulalltag ist diese Konstruktion schon in den unteren Jahrgangsstufen möglich und erforderlich, da die Schüler an den Umgang mit Zirkel und demzufolge Konstruktionen vertraut gemacht werden müssen, weil dies grundlegende Fähigkeiten sind, auf die im Mathematikunterricht von Jahrgang zu Jahrgang aufgebaut wird.