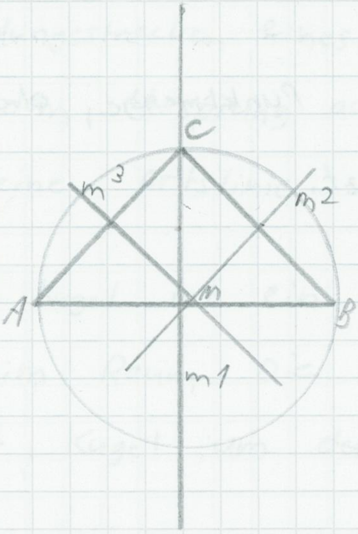
Geometrischer Ort

Ein geometrischer Ort ist eine Punktmenge, die ein bestimmte Eigenschaft E besitzt.

Beispiele für Ortslinien

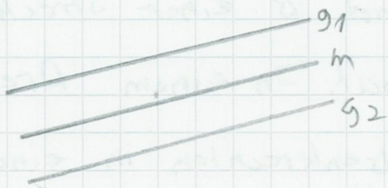
- Ein Kreis ist die Menge aller Punkte P die von einem gegeben Punkt M den gleichen Abstand r haben.
  Man schreibt $K = \{P \mid \overline{PM} = r\}$
  Das Kreisäußere ist die Menge aller Punkte, die von M einen größeren Abstand als r haben. $ka = \{P / \overline{PM} > r\}$
  Das Kreisinnere ist die Menge aller Punkte die von M einenen kleineren Abstand als r haben.
  $ki = \{P / \overline{PM} < r\}$
  Der Kreis ist also eine Punktmenge.
  Streng genommen gehört daher die Fläche nicht zum Kreis.

Eine Mittelsenkrechte ist die Menge aller Punkte, die von den Endpunkten A und B einer Strecke [AB] den gleichen Abstand hat. In einem Dreieck schneiden sich die Mittelsenkrechten in einem Punk dem Umkreismittelpunkt.

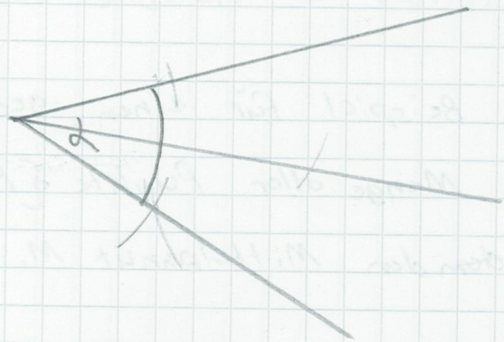


• Ein Parallelenpaar ist die Menge aller Punkte, die von einer Geraden g denselben Abstand haben.

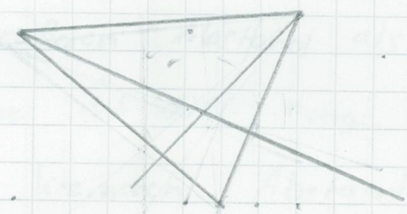
• Eine Mittelparallele m ist die Punktmenge, die von zwei gegebenen Geraden g1 und g2, die parallel sind, den gleichen Abstand hat.



· Eine Winkelhalbierende ist die Menge aller Punkte, die von den Schenkeln des Winkels α den gleichen Abstand hat.

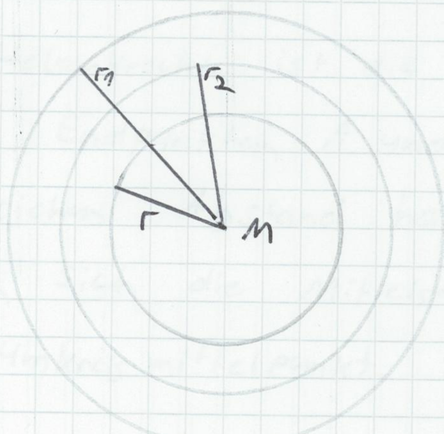


Im Dreieck schneiden sich die drei Winkelhalbierenden und bilden den Inkreismittelpunkt. Alle Dreiecksseiten sind Tangenten an den Inkreis



Ein konzentrisches Kreispaar ist die Menge aller Punkte, die von einem gegebenen Kreis K den gleichen Abstand haben.

es gilt: $|r_1 - r| = |r - r_2|$



- Bei einer Parabel bilden die Mittelpunkte der Verbindungsstrecken eines Punktes P auf der Parabel und dem Ursprung auf einer Parabel. Sie bilden also eine Ortslinie

- Eine Kugel ist ein Beispiel für einen geometrischen Ort im Raum. Die Menge aller Punkte $\{P \mid p-m)^2 = r^2\}$ heißt Kugel um ~~dem~~ den Mittelpunkt M.

Unterrichtliche Aktivitäten

- Bei der Behandlung des Themas Ortslinien bietet sich die Verwendung einer Geometriesoftware an, z.B. Geogebra.
Eine dynamische Software ermöglicht entdeckendes und schülerzentriertes Lernen. Schüler können herumexperimentieren und Konstruktionen beliebig verzerren, verändern oder löschen. Legt man z.B. drei Punkte in ein Koordinatensystem (KOSY), so kann man direkt einen Kreis festlegen, den das Programm anzeigt. So wird klar, das jedes Dreieck einen Umkreis hat.
Desweiteren ermöglicht eine Software den Schülern, ihre Hypothesen zu testen. Aus konstruktivistischer Sicht passiert Lernen durch das Aufstellen von Hypothesen. Beim Lernen mit Geometriesoftware sehen Schüler, wo sie noch Probleme haben und können adäquat üben.
Durch spielerische Aktivitäten können Schüler Konstruktionsvorschriften selber erarbeiten.

- Man kann im Unterricht außerdem mit Zikel und Lineal arbeiten. Der Umgang mit Zirkel und Lineal ist eine wichtige Kompetenz im Mathematikunterricht.

- Außerdem bietet es sich an, kleine Modellierungsaufgaben zum Thema Ortslinien zu bearbeiten.
„Welche Wanderziele kann man von einem Ort in einer Stunde ~~erz~~ erreichen?" oder „Die 3 Ortschaften A,B,C wollen ein gemeinsames Klärwerk bauen, wo soll es stehen?"

Der Alltagsbezug beim Thema Ortslinien ist wichtig, vor allem, wenn man an die mathematischen Kompetenzen „Modellieren" und Problemlösen denkt.

Unterrichtseinheit

1) Sachanalyse:

Jedes Dreieck ΔABC hat einen Umkreis. ~~Die~~ Der Mittelpunkt M des Umkreises ist der Schnittpunkt der drei Mittelsenkrechten der Dreiecksseiten. Der Mittelpunkt M hat also zu den 3 Eckpunkten den selben Abstand.

→ hier: Verweis auf Teilaufgabe 1 (Ortslinien)

2.) Didaktische Analyse

Grobziel: Die Schüler sollen den Umkreis eines Dreiecks konstruieren können.

Feinziel:

Schüler sollen erkennen, dass man drei Punkte braucht, um einen Kreis eindeutig festzulegen.

Sie sollen herausfinden, dass jedes beliebige Dreieck einen Umkreis hat. Schüler sollen herausfinden, dass der Mittelpunkt des Umkreises zu den Eckpunkten des Dreiecks jeweils den gleichen Abstand haben muss.

Sie sollen darauf kommen, dass der Umkreismittelpunkt der Schnittpunkt der drei Mittelsenkrechten ist.

Kernvor: später

Unterrichtseinheit

Verlauf	Lehrer - Schüler - Interaktion	Spezialform	Medie
Kurze Wiederholung Bereitstellen von Vorwissen ca. 2-3 min.	L: Wir haben uns bereits mit dem Thema Kreis als Ortslinie beschäftigt. Überlegt noch einmal kurz, wie wir ~~dem~~ den Kreis definiert haben. 1) S: Der Kreis ist die Menge aller Punkte die von einem Punkt M den gleichen Abstand haben, L: Richtig. Und den Punkt M haben wir Mittelpunkt genannt und den Abstand Radius.	~~Ra~~ Plenum, Unterrichtsgespräch	
Erarbeitung des Tz 1 ca. 5 min.	Ich möchte nun wissen, wie viele Punkte man braucht, um einen Kreis eindeutig festzulegen. Reicht mir dafür einer?		

Zusammenfassung TZ1: Man braucht 3 Punkte um einen ~~Kreis~~ Kreis eindeutig festzulegen. Zielausgabe	Oder brauche ich mehrere? Probiert es mit eurem Partner aus. 2) L: Was habt ihr herausgefunden? S: Wenn wir nur 2 Punkte festgelegt haben, waren unsere Kreise verschieden. Man braucht also 3. L: Genau. Man braucht 3 Punkte. Wir wollen heute versuchen, einen Umkreis für ein Dreieck zu konstruieren. Ausgehend von dem, was wir gerade herausgefunden haben, was glaubt ihr, hat jedes Dreieck einen Umkreis? 3)	Partnerarbeit, Lehrer greift nicht ein Plenum U-Gespräch	Heft, Lineal, Zirkel,

1)... siehe did. Kommentar weiter hinten

Zusammen Fassung TZ2: Jedes Dreieck hat Umkreis	S: Jedes Dreieck muss einem Umkreis haben, wenn 3 Punkte einen Kreis festlegen. L: Richtig, jedes Dreieck hat einen Umkreis.
Erarbeitung des TZ 3	L: Wie können wir nun den Mittelpunkt des Umkreises herausfinden? wir wissen, dass alle 3 Eckpunkte unseres Dreiecks auf dem Umkreis liegen, und wir wissen, dass jedes Dreieck einen Umkreis hat, wir ~~werden~~ wollen also ~~w~~ versuchen, zuerst den Umkreis zu zeichnen und dann unser Dreieck festzulegen

Lernvoraussetzungen:

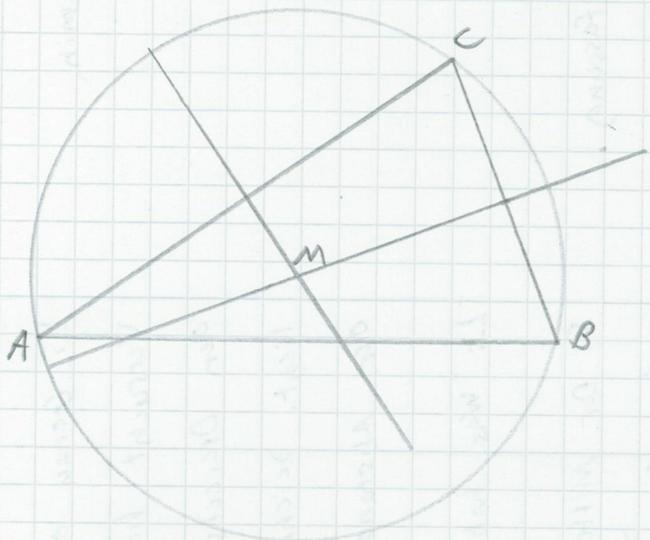
Die Schüler kennen die Begriffe Kreis ~~der~~ als Ortslinie, Radius, Abstand und Mittelpunkt. Sie haben sich bereits mit dem Dreieck als ebene Figur auseinandergesetzt und können Dreiecke klassifizieren (rechtwinklig, gleichschenkligetc.)
Sie kennen den Begriff Mittelsenkrechte einer Strecke und deren Eigenschaft und können diese auch konstruieren.
Sie sind vertraut mit Zirkel und Lineal und wissen, wie man einfache Konstruktionen durchführt.
Sie können mit einer Geometriesoftware umgehen.

Lernschwierigkeiten

Schüler haben Probleme beim konstruieren Schüler haben unterschiedliches Vorwissen
=> → Heterogenität → Daher: immer wieder kurze Wiederholungen
Schüler arbeiten unterschiedlich schnell
→ Differenzieren → z.B. durch Extraaufgaben („Prüfe, wie es beim rechtwinkligen Dreieck ist")

Tafelanschrift

Der Mittelpunkt des Umkreises ist der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten der drei Dreiecksseiten.
Jedes Dreieck hat einen Umkreis.



Es reicht aus, 2 der Mittelsenkrechten zu konstruieren.

ca. 10 min.	Was können wir so direkt ablesen? 4) S: wir sehen, wo der Mittelpunkt liegt. L: Genau das. Arbeite also mit deinem Partner. Versucht herauszufinden, wie der Mittelpunkt zu den Dreieckseckpunkten, die ihr festgelegt habt, liegt. Zeichnet mehrere Kreise und schaut, ob sich der Abstand verändert.	Partnerarbeit: Schüler messen Abstand des Mittelpunktes zu Eckpunkten.	Heft, Lineal, Zirkel
Zusammenfassung TZ3: gleicher Abstand zu Eckpunkten	L: Was habt ihr beim Messen herausgefunden? S: Der Mittelpunkt hat zu allen Dreieckseckpunkten den gleichen Abstand.		

Erarbeitung des TZ 4 gezielter Impuls ca. 10 min.	L: Wir haben schon einmal eine Ortslinie kennengelernt, die die Eigenschaft hatte, dass die Punkte auf dieser Linie von zwei Punkten denselben Abstand hatte. Könnt ihr euch erinnern? S: Das war die Mittelsenkrechte. L: Wir ~~sie~~ suchen beim Umkreis einen Punkt, der von allen 3 Eckpunkten denselben Abstand hat. Könnten wir dazu die Mittelsenkrechten verwenden? S: Wir könnten prüfen, ob sie sich schneiden.	Plenum 5)	
	L: Konstruiere die Mittelsenkrechten in deiner Zeichnung und prüfe, ob sie sich im Mittelpunkt des Kreises scheiden, den du gezeichnet hast. Stimmt es? 6)	Einzelarbeit	
Zusammenfassung TZ 4: Umkreismittelpunkt ist Schnittpunkt der Mittelsenkrechten.	S: Ja, sie schneiden sich in einem Punkt. Es ist der Mittelpunkt meines gezeichneten Kreises. L: Der Mittelpunkt des Umkreises ist also der Schnittpunkt der Mittelsenkrechten. Das wollen wir noch kurz im Heft ~~festhalten~~ festhalten.		TA, Heft

Hefteintrag ca. 10 min. HAG	L: Als HAG überlege bitte, wie man den Umkreis von einem gleichseitigen und einem rechtwinkligen Dreieck bestimmt. Konstruiere mit Geogebra und halte deine Ergebnisse im Heft fest. 7)	TA Heft

Didaktischer Kommentar

1) kurze Wiederholung, um Vorwissen zu aktivieren

2) Die Sozialform wurde gewählt, weil die Schüler dann über ihre Ergebnisse diskutieren können -> math. Kompetenz „Argumentieren", kooperatives Lernen

3) hier kurze Bezugnahme auf bereits Erarbeitetes -> als Impuls

4.) Schülerzentriertes Arbeiten -> ermöglicht autonomes Lernen im Sinne des Konstruktivismus, ABER: gezielter Impuls, was zu tun ist.

5) gezielter Impuls -> lenken auf Mittelsenkrechte

6) Schüler sollen es selbst herausfinden -> Öffnung des Unterrichts

7) Umgang mit Geometriesoftware soll geübt werden; außerdem: Behandlung von Spezialfällen