

Die Subtraktion zählt zu den vier Grundrechenarten, die außerdem die Addition, die Multiplikation und die Division umfassen. Außerdem handelt es sich bei der schriftlichen Subtraktion um ein schriftliches Rechenverfahren, bei dem mit Ziffern gerechnet wird. Es unterscheidet sich von Rechnen mit ganzen Zahlen, das in ~~hat~~ halbschriftlichen Verfahren und beim Kopfrechnen vorliegt. So besteht die Berechnung einer Gesamtzahl aus einzelnen Ziffernberechnungen, dabei sollte jedoch der Stellenwert zumindest bei der Reflexion des Ergebnisses nicht ignoriert werden.

- 1) Im Folgenden ~~was~~ werden die im Lehrplan empfohlenen Subtraktionsverfahren „Abziehen“ mit Entbündeln“ und „Ergänzen mit Erweitern“ erläutert werden, seit ~~in~~ internationalen Vergleich, sowie mittlerweile auch in Deutschland, liegt der Schwerpunkt auf dem Verfahren des „Abziehens mit Entbündeln“. „Ergänzen mit Erweitern“ als schriftliches Subtraktionsverfahren in der Grundschule wird lediglich noch zusätzlich empfohlen.

Beim „Abziehen mit Entbündeln“ werden die Ziffern die untereinander stehen betrachtet und die untere von der oberen abgezogen. Ist das nicht möglich, ~~da~~ da die Ziffer im Subtrahenden größer als die im Minuenden ist handelt es sich um einen Zahlenübergang und es muss der nächst größere Stellenwert entbündelt werden. Sch

„1-2 geht nicht“

$$\begin{array}{r} 751 \\ - 322 \\ \hline \end{array}$$

→ es muss der Zehner entbündelt werden

1) Im Allgemeinen besteht eine Subtraktionsaufgabe aus dem Minuend, dem Subtrahend und der daraus resultierenden Differenz. Bei den schriftlichen Verfahren der Subtraktion steht der Subtrahend unter dem Minuenden, so dass jeder Stellenwert (Einer, Zehner, Hunderter, Tausender etc.) übereinander steht.* Unter dem Subtrahenden wird ein horizontaler Strich gezogen. Schematisch lässt sich das folgendermaßen darstellen:

$$\begin{array}{r} \text{Minuend} \\ - \text{Subtrahend} \\ \hline \text{Differenz} \end{array} \quad \text{bzw.} \quad \begin{array}{r} \text{T H Z E} \\ - \text{T H Z E} \\ \hline \text{T H Z E} \end{array}$$

Wichtig ist außerdem, dass jede Ziffer in einem Kästchen steht.

Das Entbündeln stellt die Zerlegung eines Zehners in zehn Einern, eines Hunderter in zehn Zehner, eines Tausenders zu zehn Hunderter etc. dar, also das Umwandeln einer Stellenwerteinheit in zehn nächst kleinere Stellenwerteinheiten.

In dem genannten Beispiel würde das folgendermaßen aussehen:

$$\begin{array}{r} 11 \\ 78 \text{ } \boxed{1} \\ - 322 \\ \hline \end{array}$$

„1-2 geht nicht“

→ „Ich entbündele einen Zehner in zehn

Einern und erhalte insgesamt 11 Einern.“

Es wird deutlich, dass sowohl die Einer, als auch die Zehnerziffer durchgestrichen wird und hier bei den Einern zehn dazu addiert werden. Dies lässt sich natürlich auf andere Stellenwerte übertragen, z.B. das Umwandeln eines Tausenders in 10 Hunderter, so dass insgesamt 10 + die zu Beginn notierte Hunderterzahl stehen bleibt. Da in der Beispielaufgabe ein Zehner entbündelt wurde, wurde dieser auf die Einer-Stelle umgewandelt umgeschrieben, d.h. der Wert der Zehner muss also um eins verkleinert werden,

$$\begin{array}{r} 499 \\ 781 \\ - 322 \\ \hline \end{array}$$

Nun ist ~~die~~ die Ziffer im Minuenden größer und ~~we~~ die einzelnen Ziffern können voneinander subtrahiert werden.

$$\begin{array}{r} 411 \\ 711 \\ - 322 \\ \hline 429 \end{array}$$

$$11 - 2 = 9$$

$$4 - 2 = 2$$

$$7 - 3 = 4$$

Das Ergebnis bzw. die Differenz wird unter dem Strich mit den entsprechenden Stellenwerten unter denen des Minuenden und Subtrahenden notiert. Es ist ebenfalls möglich, dass mehrere Entbündelungen nötig sind, dabei ist es sinnvoll zuerst den Vorgang des Entbündelns zu vollenden um somit anschließend „in einem Zug“ rechnen zu können.

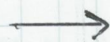
$$\begin{array}{r} 3001 \\ - 793 \\ \hline \end{array}$$

Zum Beispiel sind bei dieser

Aufgabe mehrere Entbündelungen notwendig.

- $1 - 3$ geht nicht \rightarrow in Zehner muss entbündelt werden
- es ist kein Zehner da (Ziffernwert = 0)
 \rightarrow es muss ein Hunderter entbündelt werden
- es ist kein Hunderter vorhanden
 \rightarrow es muss ein Tausender entbündelt werden.

$$\begin{array}{r} 2991 \\ 3001 \\ - 793 \\ \hline \end{array}$$



$$\begin{array}{r} 2991 \\ 3001 \\ - 793 \\ \hline 2208 \end{array}$$

Die Vor- und Nachteile des beschriebenen Verfahrens sollen im zweiten Teil der Arbeit ~~er~~örtert werden. Zunächst soll das alternative schriftliche Subtraktionsverfahren „Ergänzen mit Erweitern“ erläutert werden.

Dieses war vor einigen Jahren bzw. vor dem bayerischen Lehrplan für die Grundschule vom Jahr 2000 im

Grundschulunterricht gängig. Bei diesem wird nicht wirklich subtrahiert sondern von einer Ziffer des Subtrahierenden auf die entsprechende im Minuenden ergänzt. In dem bereits beim ersten Verfahren gewählten Beispiel wurde das folgendermaßen ablaufen:

$$\begin{array}{r} 751 \\ - 322 \\ \hline \end{array}$$

$$2 + 2 = 4$$

gesprochen: „2 plus welche Zahl ist 2“

„Das geht nicht“! Ich muss deswegen um einen Zehner erweitern

$$\rightarrow 2 + 2 = 4$$

Muss eine Ziffer erweitert werden, da die Ziffer im Subtrahenden größer als die im Minuenden ist so wird über dem Strich eine 1 ergänzt,

$$\begin{array}{r} 751 \\ - 3\overset{1}{2}2 \\ \hline \end{array}$$

Hier wird gerechnet

$2 + 9 = 11$ und der Zehnerwert als Merkfziffer über dem Strich notiert.

Dabei ist es wichtig, dass eine kästchenreiche Platz zwischen dem Subtrahenden und dem Ergebnis ist, so dass eine ordentliche Schreibweise ermöglicht wird. Die notierte Ziffer wird im nächsten Schritt zur Ziffer des Subtrahenden addiert und diese Summe wiederum auf die Ziffer im Minuenden ergänzt. Ist das nicht möglich, so wiederum eine Erweiterung, sowie die Notation der Merkfziffer nötig.

Insgesamt würde die Rechnung folgendermaßen verlaufen:

$$\begin{array}{r} 751 \\ - 3\overset{1}{2}2 \\ \hline 429 \end{array}$$

$$\cdot 2 + 2 = 4 \text{ geht nicht}$$

• \rightarrow Erweitern

$$2 + 9 = 11$$

$$\cdot 2 + 1 = 3$$

$$3 + 2 = 5$$

$$\cdot 3 + 4 = 7$$

In Folgenden sollen die Vor- und Nachteile beider erläuterten Subtraktionsverfahren diskutiert werden.

Beim „Abziehen mit Entbündeln“ handelt es sich um eine natürliche Sachsituation, bei der tatsächlich eine Zahl von der anderen abgezogen wird. Es liegt keine eher unlogische Vorgehensweise wie beim „Ergänzen mit Erweitern“ vor, bei dem die rechte Rechmarke die Addition ist. Hierbei kommt es bei den Schülerinnen und Schülern häufig zur Frage: „Wieso soll ich jetzt etwas dazuzählen, wenn ich die Zahl doch abziehen möchte?“ Beim „Ergänzen mit Erweitern“ wird immer die „Zwischenzahl“ der Rechnung gesucht und nicht das Ergebnis, das nach den Istgleich-Zeichen steht.

($2 + \underline{2} = 4$). Es entsteht daher eine komplexere Rechen-situation, die zu großen Schwierigkeiten bei den Kindern führen kann.

Das Verfahren des „Abziehens mit Entbündeln“ ist vielmehr logisch nachvollziehbar, nicht nur aufgrund der natürlichen Rechenweise, sondern auch aufgrund des bekannten Umbündelns bei der schriftlichen Addition. Diese Art der schriftlichen ~~Sub~~ Subtraktion ist für die Kinder besser als Umkehr-Operation der Addition erkennbar, da nun zehn Einer nicht mehr als ein Zehner umgewandelt werden, sondern ein Zehner wieder in zehn Einer zerlegt wird. Durch die bekannte Vorgehensweise des Umbündelns ist ein leichter Zugang zum Entbündeln gewährleistet.

Außerdem ist es möglich, dass Schülerinnen und Schüler sich dieses Verfahren selbstständig erarbeiten können, da wie bereits erwähnt, die Grundidee aus der Addition

bekannt ist und das Zerlegen eines Zehners, Hunderters etc., leicht durch Material aktiv vollzogen werden kann.

Ein Vorteil des Ergänzungsverfahrens wäre die Geläufigkeit der Addition als Rechenoperation, was zumindest ~~am~~ am Anfang der schriftlichen Subtraktion einen Vorteil gegenüber dem Abziehverfahren bei dem das kleine Eins minus eins benötigt wird, schafft. Durch ausreichend Übung kann allerdings auch dieser Vorteil vom Abziehverfahren ~~ausgeglichen~~ ausgeglichen werden.

Bei der Ergänzung ist es zunächst ~~leichter~~ leichter Aufgabe mit mehreren Subtrahenden zu lösen, da bei der

Ergänzung Unterschiede in den Schwierigkeit

entstehen. z.B.

bzw.

$$\begin{array}{r} 301 \\ - 69 \\ - 75 \\ \hline 22 \\ \hline 157 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 721 \\ - 211 \\ - 309 \\ \hline 1 \\ 201 \end{array} \begin{array}{l} \cdot (9+1) + \underline{2} = 1 \\ \rightarrow (9+1) + 1 = 11 \\ \cdot (1+0+1) + \underline{0} = 2 \\ \cdot (3+2) + \underline{2} = 7 \end{array}$$

Beim Abziehverfahren sind somit mehrere Entbündelungen nötig, die den Komplexitätsgrad erhöhen.

z.B.

$$\begin{array}{r} 118 \\ - 69 \\ - 75 \\ \hline 157 \end{array}$$

- $9+5=14$
- $1-14$ geht nicht
→ entbündeln (1 Zehner)
- $11-14$ geht nicht
→ nochmal 1 Zehner entbündeln.
- $21-14=7$
- $6+7=13$
- $8-13$ geht nicht
→ entbündeln (1H)
- $18-13=5$
- $1-0=1$

Außerdem können auch viele Nullen in Subtraktionsaufgaben zu vielen Entbündelungsvorgängen führen. Hierbei ist es für die Schülerinnen und Schüler am Anfang schwieriger beim Subtraktionsvorgang systematisch vorzugehen, so dass keine Entbündelung ~~bei~~ der Ziffer im nächst größeren Stellenwert um eins nicht zu vergessen. Diese Problematik kann man jedoch auch entgegen wirken indem die Kinder das schriftliche Subtraktionsverfahren des Abziehens mit Entbündeln üben und auf eine saubere und systematische Schreibweise geachtet wird (vor allem auch beim Durchstreichen.)

Als ~~weitere~~ weitere kritische Eigenschaft des Abziehverfahrens mit Entbündeln könnte die Unübersichtlichkeit ausgeführt werden, die durch das Streichen von Zahlen entstehen kann.

Haben Kinder besondere Schwierigkeiten beim ordentlichen Arbeiten und machen häufig Fehler, so dass sie die Aufgabe wiederholen müssen, könnte das Durchstreichen mit Bleistift eine sinnvolle Kompensation dieses Nachteils sein.

Insgesamt lässt sich sagen, dass das Abziehverfahren zu Recht verstärkt in der Grundschule bezüglich der schriftlichen Subtraktion eingesetzt wird, da vor allem das Verständnis der Rechenoperation hierbei im Mittelpunkt steht und für die Kinder leichter zu erreichen ist. Die Nachteile sind durch Übungen zur Automatisierung und vor allem zum Verständnis, das z.B. anhand von Materialien unterstützt werden kann, ausgleichbar.

Im folgenden wird eine Unterrichtseinheit zur Einführung der schriftlichen Subtraktion mit Übergang skizziert werden.

1. Sachanalyse:

Die Sachanalyse wurde bereits im ersten Teil erarbeitet.
(vgl. 1./2.)

2. Lehrplanbezug:

Die schriftliche Subtraktion wird in der 3. Klasse der Grundschule eingeführt. Aufgrund der Lehrplanempfehlung, die sich aus der Erörterung der beiden Subtraktionsverfahren ergibt, wird in der Unterrichtseinheit das Abziehverfahren mit Entbündeln eingeführt. Der Zahlenraum der in der 3. Jahrgangsstufe behandelt wird geht bis 1000.

3. Einordnung der UE Unterrichtssequenz bzw. -verlauf:

1. UE: schriftliche Addition ohne Übergang (auch als Wiederholung möglich)
2. UE: schriftliche Addition mit Übergang (II)
3. UE: Veranschaulichung des Umbündelns anhand von Material bzw. in der Stellenwerttafel
4. UE: Einführung der schriftlichen Subtraktion ohne Übergang (Abziehverfahren)
5. UE: Einführung der schriftlichen Subtraktion mit Übergang
6. UE: Übungen zur schriftlichen Subtraktion mit Übergang
7. UE: Schwierige Subtraktionsaufgaben mit Übergang

5. Lernziele:

Grobziel: Die Schülerinnen und Schüler sollen das Abziehverfahren mit Entbündeln als schriftliches Subtraktionsverfahren kennen lernen und dieses vor allem in Bezug auf die Entbündelung nachvollziehen können.

Feinziele:

Die Schülerinnen und Schüler sollen:

- anhand von Material den Entbündelungsvorgang durchführen können
- die Schreibweise bei der schriftlichen Subtraktion mit Entbündelung und Abziehen erlernen.
- Aufgaben anhand der Stellenwerttafel durchführen können.
- mit dem Begriff Entbündeln vertraut sein.

*

4. Lernvoraussetzungen der Schülerinnen und Schüler:

Die Schülerinnen und Schüler

- sind mit der Subtraktion als „Abziehen“ - bzw. „wegnehmen“-operation vertraut, und wissen daher, dass es sich um eine „Verkleinerung“ von Zahlen handelt
- kennen die Stellenwerttafel von
- sind mit Würfeln, Stangen und Plättchen als Material zur Umbündelung vertraut
- kennen die Rechenrichtung bei der schriftlichen Subtraktion.

Unterrichtsverlauf:

Zeit	Artikulation und Unterrichtsverlauf	Medien und Arbeitsform
------	-------------------------------------	------------------------

Einstieg und Motivation:

L: „Du kannst dich bestimmt an die letzte Unterrichtsstunde erinnern, in der du die schriftliche Subtraktion gelernt hast. Kannst du noch einmal erklären wie zwei Zahlen voneinander abzieht und wie man das schreibt?“

Tafel

L. schreibt mehrere Rechnungen an die

$$\begin{array}{r} \text{Tafel: } 723 \\ - 412 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 598 \\ - 245 \\ \hline \end{array} \quad \begin{array}{r} 788 \\ - 444 \\ \hline \end{array}$$

S: S rechnen an Tafel andere rechnen mit und vergleichen.

Heft

L. achtet bei den Rechnungen auf richtige Sprechweise.

(3 Einer minus 2 Einer ist 1 Einer etc.)

Und wiederholt diese bei Schwierigkeiten.

L: „Super, das habt ihr euch gut gemerkt.“

Ihr seid ja schon richtige Spezialisten beim Abziehen. Ich habe eine sehr schwierige Aufgabe für euch, vielleicht hat jemand eine Idee ob und wie wir sie lösen können.

L. schreibt $\begin{array}{r} 751 \\ - 322 \\ \hline \end{array}$ an die Tafel

S. „Das geht nicht.“

L. „Meinst du wirklich, dass es keine Lösung dazu gibt?“

S: „Doch das geht, weil ja die 700 größer als die 300 ist.“ und darum kann man sie voneinander abziehen.“

L: „Stimmt genau, doch wieso hat S₁ gemeint, dass ~~das~~ man das nicht ausrechnen kann?“

S: Wahrscheinlich weil die 1 kleiner als die 2 ist.“

L: „Genau, das hast du richtig erkannt, da liegt die Schwierigkeit.“

1. Erarbeitungsphase:

L: „Überlege dir nun in Gruppenarbeit wie du die Aufgabe lösen könntest. Du kannst dir, wenn du willst die Einerwürfel, Zehnerstäbe und Hundertertafeln zur Hilfe nehmen. Versuche zunächst die beiden Zahlen in der Stellenwerttafel nachzulegen. Vielleicht hast du eine Idee wie du sie voneinander abziehen kannst?“

Gruppenarbeit
(4er Gruppen)

Stellenwerttafel
auf DIN A
2 Blatt.

Würfel, Stangen,
Platten

S₁ & S₂ arbeiten in Gruppen, legen Zahlen nach und entwickeln Strategien dies voneinander abzu ziehen. Evtl. werden weitere Aufgaben v. L. an einzelne Gruppen gegeben die Prinzip durchschaut haben.

evtl. Differen-
zierung

1. Reflexionsphase und Vorstellung der Ergebnisse

L: „Ich habe gesehen, dass ihr einige gute Ideen habt, wie ihr die beiden Zahlen voneinander abziehen könnt. Wir wollen uns nun nochmal genau ansehen wie ihr das gemacht habt. Kommt bitte dazu in den Sitzkreis.“

10
min

20
min

S legt Zahlen in Stellenwerttafel nach

Sitzkreis

und führt Entbündelung der Zehner durch.

9 DIN A2 Blatt mit Stellenwerttafel

S sprechen dabei: „Ich habe den Zehner in Zehn Einer getauscht / umgewandelt / entbündelt.“

und Materialien von Gruppenarbeit

Dann kann ich von der selben Zahl genauso viel wegnehmen, wie bei der unteren Zahl abent liegt.“

L: „Super, das war eine sehr gute Idee.“

S: „Du hast es auch verstanden und

kannst du uns das auch noch einmal lösen?“

S wiederholt nochmals Prinzip der Entbündelung und das Abziehen.

L geht evtl. nochmals auf den Umgang des Entbündelns ein. ~~Welche Rechnungen~~

Begriff Entbündeln

~~durchgeführt~~

L: „Weißt du wie man das umwandeln nennt?“

Frontalunterricht

Sus: Entbündeln

L: „Ich sehe, dass du das wirklich gut verstanden hast. Gehe nun zurück auf den kleinen Platz.“

2. Erarbeitungsphase

„Hast du vielleicht eine Idee, wie man die Subtraktionsaufgabe richtig schreiben kann?“

L zeigt auf die Ausgangsaufgaben. Sus

schreiben an die Tafel mehrere Möglichkeiten:

$$\begin{array}{r} 728 \\ - 539 \\ \hline 189 \end{array}$$

L: „Woher weißt du das?“

Rechne doch noch einmal vor.“

$$\begin{array}{r} 728 \\ - 539 \\ \hline 189 \end{array}$$

(Beispiele)

S: kommt aufgrund der unordentlichen

Schreibweise evtl. schon selbst durcheinander.

L: „Das ist gut, dass du die Zehner bei der 8 mit aufschreibst, aber ich weiß nicht, ob das alle Kinder verstehen, wie du entbündelst hast?“

Sx: „Ich kann jetzt gar nichts mehr lesen.“ Sx führt Aufgabe an der Tafel durch und kommt evtl. auf

Konkrete Schreibweise, wenn nicht, wird diese vom L. durchgeführt.

$$\begin{array}{r} 6 \text{ 19 } 98 \\ 7 \text{ 2 } 8 \\ - 5 \text{ 3 } 9 \\ \hline 1 \text{ 8 } 9 \end{array}$$

SuS wiederholen Sprechweise und

Vorgang, L gibt eventuell Hilfestellungen.

Buch:
würfel, stangen,
platten

38 min L: „Versuche nun die Aufgaben im Buch Seite

X mit dieser Schreibweise zu lösen, wenn du willst

darfst du wieder die Würfel usw. verwenden.

SuS rechnen Subtraktionsaufgabe mit Entbündelungen.

43 min Reflexionsphase:

SuS schreiben 3-5 Aufgaben an die Tafel und

rechnen anhand des Abziehverfahrens

Tafel

Aufgaben

45 min

1) SuS (und eventuell bei Bedarf L.)

fassen wichtige Merkmale der Schreibweise:

Durchstreichen und abziehen oder Durchstreichen

und addieren anhand eines Beispiels.

Material: DIN A2-Blatt mit Stellenwerttafel

H	Z	E

Didaktische Analyse:

Die Unterrichtsstunde wird zum großen Teil ~~in~~ nun Frontalunterricht durchgeführt, da es sich bei diesem Subtraktionsverfahren um eine grundlegende Fertigkeit handelt, die von allen Schülern erworben werden soll. Aus diesem Grund sind die frontalen Zwischenphasen ~~z~~ bzw. Impulse notwendig, vor allem auch bei der Schreibweise des Durchstreichens, da es sich hierbei um eine festgelegte ~~Rechen~~ Rechenform handelt, deren systematisches Konzept den Schülern bei der Darstellung der Subtraktion helfen soll.

Dagegen sind offene Erarbeitungsphasen vor allem in der Gruppenarbeit möglich.

Außerdem dienen die Würfel, Stangen und Platten auf enaktiver Ebene zur Veranschaulichung des Entbündelungsverganges. Alternativ könnte man auch mit Plättchen in der Stellenwerttafel arbeiten oder Geld verwenden.

Es wird deutlich, dass die schriftliche Subtraktion als Rechenalgorithmus Schwierigkeiten bei den Schülerinnen und Schülern verursachen ~~in~~ induzieren kann, diese allerdings sowohl vom Lehren als auch vom Schüler erkannt werden müssen, so dass die Systematik des Verfahrens nachvollzogen werden kann.

* Die Rechen ~~bei~~ bei der schriftlichen Subtraktion ist von rechts nach links definiert.