Thema Nr. 3

1) Parabelgleichungen können in verschiedenen Formen angegeben werden.

Die Normalform ist $y = ax^2 + bx + c$.
wobei die drei Variablen $a, b, c \in \mathbb{R}$ sind, und $a \neq 0$ ist. Denn bei $a = 0$ wäre es keine quadratische Gleichung, also keine Parabelgleichung mehr, sondern eine lineare Gleichung.

Ist der Parameter $a > 0$, also positiv, so ist die Parabel nach oben geöffnet u. besitzt dem entsprechend ein Minimum.
Andersfalls, bei $a < 0$, also beim negativen a, ist die Parabel nach unten geöffnet u. besitzt ein Maximum.

Je nachdem, ob der Betrag von a größer oder kleiner 1 ist ($|a| \gtrless 1$), dementsprechend ist die Parabel gestaucht oder gestreckt.

Bei einem $a = 1$ ist die Parabel eine Normalparabel u. kann mit einer Parabelschablone gezeichnet werden.
Der Parameter b verschiebt die Parabel entlang der x-Achse nach rechts oder links u. entlang der y-Achse nach oben oder nach unten.
Parameter c ist der y-Achsenabschnitt. Ist z.B. $c = 0$, so läuft die Parabel durch den Ursprung.

Der Scheitelpunkt kann bei einer Normalform (d. Parabelgleichung) nicht sofort abgelesen werden. Durch eine quadratische Ergänzung lässt sie sich aber in die Scheitelpunktform mit d. Gleichung $y = a(x - x_S)^2 + y_S$, bringen.
Bei dieser Form kann d. Scheitelpunkt sofort abgelesen werden. Der Scheitelpunkt ist dann $S(x_S | y_S)$.

Eine andere Form in d. eine Parabelgleichung angegeben werden kann, ist $y = a(x-x_1)(x-x_2)$.
x_1 und x_2 stellen hier 2 Punkte auf der x-Achse dar, und sind somit die Nullstellen der Parabel.
Nachdem eine quadratische Gleichung gelöst wurde, kann sie immer in dieser Form angegeben werden.

2) a) In der Realschule müssen die drei binomischen Formeln behandelt werden. Dies kann auf versch. Wegen erfolgen. Man kann z.B. bei der ersten bin. Formel ($(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$) die Klammern neben einander schreiben u. ausmultiplizieren.

Also: $(a+b)\cdot(a+b) = a^2 + ab + ba + b^2$

$= a^2 + ab + ab + b^2$

$= a^2 + 2ab + b^2$

Nach dem „schrittweise ausmultiplizieren werden die Variablen (so weit wie möglich) zusammengefasst und die Lösung bzw. d. Ergebnis ergibt sich. Dies kann also zuerst allgemein gezeigt werden u. dann mit Zahlen gerechnet werden.

Auch bei der zweiten binomischen Formel kann man so vorgehen.

Also: $(a-b)(a-b) = a^2 - ab - ba + b^2$

$= a^2 - ab - ab + b^2$

$= a^2 - 2ab + b^2$

Am Schluss sollte die Formel auch konkret stehen:

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

Die dritte bin. Formel kann man auch durch Ausmultiplizieren einführen.

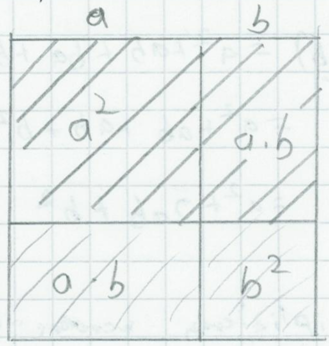
Nämlich: $(a+b)(a-b) = a^2 - ab + ba - b^2$

$= a^2 - ab + ab - b^2$

~~Die dritte bin. Formel kann man auch durch~~

Um das Ganze zu vertiefen oder auch zu veranschaulichen, sollte man es auch geometrische darstellen. Denn anhand Bilder, Formen o. Darstellungen können es die Schüler besser einprägen und den Sinn auch besser verstehen.

Die erste bin. Formel lässt sich ~~die~~ wie folgt darstellen:



b) Die Herleitung d. Lösungsformel für quadratische Gleichungen setzt den Umgang mit bin. Formeln voraus.

3) Unterrichtseinheit: Verfahren zum Lösen einer quadrat. Gleichung.

1. Sachstruktur

Es gibt versch. Verfahren um eine quadr. Gleichung der Form $ax^2+bx+c=0$ zu lösen. (mit $a,b,c \in \mathbb{R}$ u. $a \neq 0$)
Es kann anhand einer Wertetabelle gelöst werden. Hier werden X-Werte in die Gleichung eingesetzt u. d. Werte die eine wahre Aussage ergeben, sind Lösungen d. Gleichung.
Auch kann es durch grafisches Lösen erfolgen. Hier werden (innerhalb eines bestimmten Zahlenbereichs) die Werte ausgerechnet und in ein Koordinatensystem eingetragen. Dabei sind die ges. X-Werte, der Schnittpunkt der Parabel mit der x-Achse. Auch anhand der Lösungs-

Formel.

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

können die gesuchten x-Werte ausgerechnet werden.

Desweiteren kann eine mögl. Nullstelle der Gleichung durch probieren gefunden werden. Als mögl. Nullstellen kommen die Teiler des Parameters c in Frage.

Ist dann eine mögl. Nullstelle x_1 gefunden, so kann die Gleichung durch $(x - x_1)$ dividiert werden, um auf zweite Nullstellen kommen zu können. Eine andere Methode eignet sich für quadr. Gleichungen, bei dem die Variable c gleich 0 ist. Also $ax^2 + bx = 0$. So kann durch das Ausklammern von x auf die zweite Nullstelle (erste Null ist 0) gekommen werden.

2. Lernvoraussetzungen

Lernziele:

Grobziel: Die SuS sollen versch. Verfahren zum lösen einer quadr. Gleichung beherrschen.

Feinziele: SuS sollen die Verfahren voneinander unterscheiden können. SuS sollen erkennen, wann welches Verfahren geeignet bzw. nicht geeignet ist.

Voraussetzungen:

SuS können quadr. Gleichungen von linearen Gleichungen unterscheiden.

SuS können d. binomischen Formeln anwenden.

SuS können mit Koordinatensystem arbeiten.

SuS wissen, dass quadr. Gleichungen eine Parabel darstellen. SuS kennen die Determinante.

Plan d. Durchführung:

1. Unterrichtsstunde

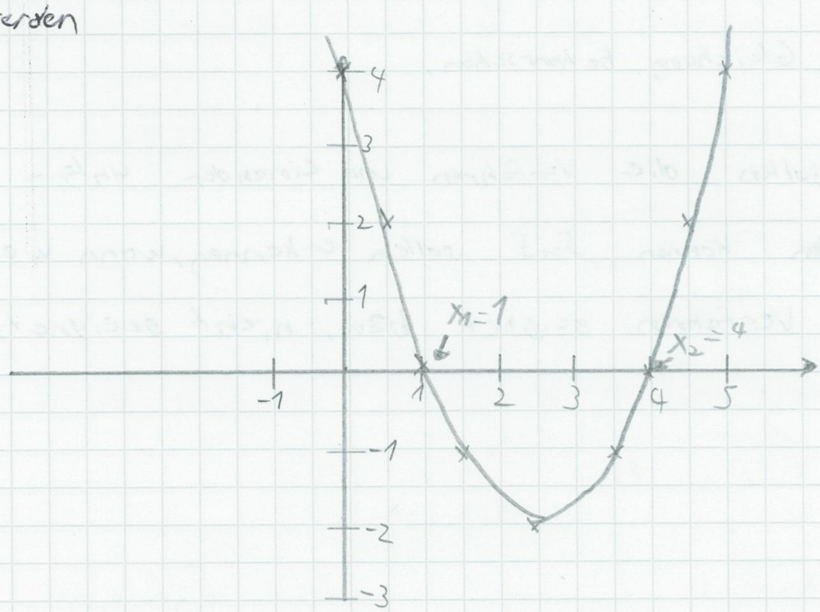
SuS sollen die quadr. Gleichung $x^2-5x+4=0$ in einer Wertetabelle darstellen. (Wertebereich = $x=-1$ bis $x=5$)

x	-1	0	1	2	3	4	5
x^2-5x+4	10	4	0	-2	-2	0	4

→ Lösung wird gemeinsam an der Tafel verglichen!

$x_1=1$ u. $x_2=4$

Nun sollen d. Werte in ein Koordinatensystem eingetragen werden



Durch das grafische lösen wird das Ergebnis nochmal verdeutlicht.

In dieser Stunde sollen die SuS noch eine weitere Gleichung anhand einer Wertetabelle u. dem Koordinatensystem lösen.

Nachdem erfolgt ein Heft eintrag, in dem beide Verfahren dargestellt werden, mit dem Hinweis, dass es bei diesem Verfahren zu aufwändig ist, wenn es zu große Werte sind.

Als Hausaufgabe sollen die SuS ähnliche Aufgaben mit diesem Vorgehen lösen.

<u>2. Unterrichtsstunde</u>

In dieser Stunde wird durch ein Lehrervortrag die Lösungsformel (auch Mitternachtsformel genannt) dargestellt. Bei konkreten Formeln eignet sich das deduktive Vorgehen. Es wird also die Formel genannt u. dann ~~an~~ anhand von Beispielen ausgerechnet.

Mitternachtsformel:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2-4ac}}{2a}$$

Zuerst wird es anhand des alten Beispiels dargestellt:

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{(-5)^2-4\cdot 1\cdot 4}}{2\cdot 1}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{\cancel{2,5}\,25-1,6}}{2} \qquad \frac{5-3}{2} = \underline{\underline{1 = x_1}}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{9}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} \qquad \frac{5+3}{2} = \underline{\underline{4 = x_2}}$$

Auch in dieser Stunde sollen die SuS versch. quadr. Gleichungen anhand der Mitternachtsformel lösen. Darunter auch mit Beispielen, wo die Formel nicht aufgeht, die Derminante also negativ ist, oder wo es nur eine Lösung gibt (Determinante = 0).

Auch dieses Verfahren wird als Hefteintrag an der Tafel aufführlich formuliert.

3. Unterrichtsstunde

In dieser Stunde werden die kennengelernten Verfahren zum Lösen einer quadr. Gleichung kurz wiederholt.

Der Lehrer schreibt eine (weitere) Gleichung an die Tafel:

$\underset{a}{1}x^2 - \underset{b}{4}x = 0$

Schüler sollen es (anhand der Formel) ausrechnen!

Nachdem alle soweit sind, werden die Ergebnisse miteinander verglichen.

Lehrer zeigt hier d. Möglichkeit, durch Ausklammern des Unbekannten, auf die Lösung zu kommen.

$$x^2 - 4x = 0$$
$$x(x-4) = 0$$
$$x_1 = 0$$
$$x_2 - 4 = 0$$
$$x_2 = 4$$

Auch diese Sonderform wird als Hefteintrag formuliert.

Nachdem verschiede Verfahren der SuS vorgestellt wurde, werden Aufgaben (Arbeitsblatt) verteilt.

SuS sollen die versch. quadratischen Gleichungen zeichnerisch und mit der Formel (o. eben durch ausklammern) lösen.