Thema Nr. 2

①

Die Kommadarstellung reeller Zahlen im Dezimalsystem werden in der Mathematik Dezimalbrüche genannt.

Ein Dezimalbruch ist ein Bruch, auch Zehnerbruch genannt, dessen Nenner die Potenz 10, mit natürlichzahligen Exponenten ist, oder leichter ausgedrückt, ein Bruch dessen Nenner 10, 100, 1000, etc. ist.

$$\boxed{\text{Bsp. } \frac{2}{10}, \frac{25}{100}, \frac{3124}{1000}}$$

Die Dezimalbrüche haben aber eine Ausnahme, bezogen auf die Definition oben. Die unendlichen reinperiodischen Dezimalbrüche.

$$\boxed{\text{Bsp. } \frac{1}{3}}$$

Diese haben nicht die Potenz 10 mit natürlichzahligen Exponenten im Nenner. Sie gehören aber trotzdem zu den Dezimalbrüchen und werden Dezimalbruchentwicklung genannt, bzw. als diese bezeichnet.

Ein Dezimalbruch muss nicht als Bruch geschrieben stehen, sondern kann auch direkt als Dezimal~~bruch~~zahl geschrieben werden.
Hierbei wird der Bruchteil vom ganzzahligen Teil durch das Dezimaltrennzeichen (Komma) getrennt.

Bsp. $\frac{2}{10} = 0{,}2$

$\frac{25}{100} = 0{,}25$

$\frac{3124}{1000} = 3{,}124$

Die Darstellung / Lesart der Dezimalbrüche sieht folgendermaßen aus:

$$a = \sum_{i=r}^{n} a_i \cdot 10^i = a_n \cdot 10^n + a_{n-1} \cdot 10^{n-1} \ldots + a_0 \cdot 10^0$$
$$a_i = \{0, 1, 2, 3, \ldots 8, 9\}$$

Neben der Darstellung / Lesart der Dezimalbrüche darf auch die Klassifikation dieser nicht außer Acht gelassen werden.

siehe n. Seite

Klassifikation:

endlich (ab einer gewissen Stelle ~~von~~ nur noch Nullen ~~[illegible]~~ ~~Ziffer~~)
z.B. 1,523

unendlich (von Null verschiedene) Stellen
z.B. 3,56791

- **periodisch**
  - **reinperiodisch**
    z.B. 1,3333... $= 1,\overline{3}$
  - **gemischt periodisch**
    z.B. 1,3424242... $= 1,3\overline{42}$
- **nichtperiodisch** (irrationale Zahlen)
  z.B. $\sqrt{2}$, π

Im Bezug auf die Kommadarstellung reeller Zahlen im Dezimalsystem bzw. den Dezimalbrüchen gibt es noch weitere Apsekt die zu beachten sind z.B. das Stellenwertsystem. Im genaueren das dekadische Stellenwertsystem, denn dieses hat wie die Dezimalbrüche auch, die Grundzahl 10. Aus diesem Grund können die Dezimalzahlen in das dekadische Stellenwertsystem eingetragen werden. Die Einzige Bedingung ist, dass das Stellenwertsystem mit den Stufenzeichen E, Z, H, ... ausgestattet ist.

E	=	Einer
Z	=	Zehner
H	=	Hunderter

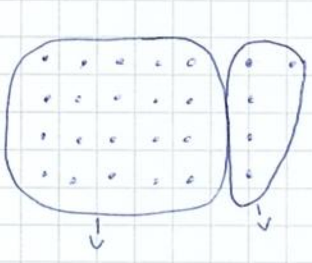
$\xleftarrow{:10}$ $\xleftarrow{:10}$ $\xleftarrow{:10}$ $\xleftarrow{:10}$ $\xleftarrow{:10}$ $\xleftarrow{:10}$

$\xrightarrow{\cdot 10}$ $\xrightarrow{\cdot 10}$ $\xrightarrow{\cdot 10}$ $\xrightarrow{\cdot 10}$ $\xrightarrow{\cdot 10}$ $\xrightarrow{\cdot 10}$

T	H	Z	E		z	h	t
1000	100	10	1		$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{100}$	$\frac{1}{1000}$
1000	100	10	1		0,1	0,01	0,001
10^3	10^2	10^1	10^0		10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}
	2	4	7		3	0	5
	2	4	7		3	0	5
	2	4	7	,	3	0	5

$\Rightarrow$ 247,305

Dies erste und die zweite Zeile zeigen an was bzw. wieviel jeder Stufenwert, wert ist.
Die 3. Zeil (10^3...) zeigt die Bundelsfolge an.
Gehen wir von der Zahl 25 aus.
Die Zahl 25 wollen wir ins dekadische Stellenwert-system eintragen. Um dies zu können, muss ~~...~~ ich die Zahl zuerst Bündeln und dies geht so:



20 5

↳ 20 = 2Z = 2 Zehner

↳ 5 = 5E = 5 Einer

↓

Z	E
2	5

Habe ich die Zahl (25) im Stellenwertsystem und möchte sie da herauslesen muss ich entbündeln

Z	E
2	5

$2Z = 2\text{ Zehner} = 20$

$5E = 5\text{ Einer} = 5$

$20 + 5 = 25$

Die Zahlreihe kann auch als Stellenwert, Stufenwert und Bündelstufe bezeichnet werden.

Stellenwert $= 1, 10, 100, \ldots$

Stufenwert $= E, Z, H \ldots$

Bündelstufe $- 10^0, 10^1, 10^2, \ldots$

Die Stufen ~~zeichen~~ werte sind wichtig bei der Summendarstellung:

z.B.

874,35

$874,35 = 8H + 7Z + 4E + 3z + 5h$

oder andersrum

wichtig ist zu sagen, dass die richtige

2. Es gibt viele verschiedene Möglichkeiten, dass Thema Dezimalbrüche im Unterricht einzuführen.

Mit Hilfe von ...

... <u>Größen</u>: Auch hier kann man unterscheiden, ob man / bzw. welche Größen man nimmt.

z.B. - <u>Maßeinheiten</u>
↳ cm, dm, m
↳ l, ml ...
- <u>Gewicht</u>
↳ g, kg, t

Neben der Unterscheidung der Größe kann man auf unterschiedliche Art an die Thematik herangehen:

• <u>umwandeln</u>
z.B. cm -> dm -> m
10,5 cm -> 1,05 dm -> ...

• Waage: Den Schülern werden verschiedene Gewichte bereit gestellt und sie dürfen einfach mal ausprobieren was passiert, wenn sie die unterschiedlichen Gewichte auf die Waage stellen.

z.B Die Waage misst in kg und die Schüler haben 3 Gewichte zur Auswahl (2 kg, 1,5 kg, 700 g).

Die Frage ~~ist~~ an die Schüler ist z.B.

a) Was kommt ~~als~~ Ergebnis wenn ich alle 3 Gewichte auf die Waage stelle?

2 kg + 1,5 kg + 700 g = ...

b) Was wenn ~~nur~~ 2?

- 2 kg + 1,5 kg =
- 2 kg + 700 g =
- 1,5 kg + 700 g =

∘∘∘ <u>Strecke:</u>

~~Auch~~ Hier kann man mit vielen verschiedenen Themengebieten arbeiten. Ich werde aber nur ein Beispiel vorstellen:

Der Lehrer stellt den Schülern folgende Frage:

„Wäre es nicht interessant zu wissen, wie groß wir alle zusammen wären, wenn man uns aufeinanderstellen würde? Können wir das ausrechnen!

Die Schüler bekommen Maßbänder und messen sich gegenseitig. Am Ende werden alle Größen zusammengerechnet.

durch den Supermarkt gehen und sich aufschreiben was sie kaufen würden, wenn sie wirklich diese 20 € hätten.

Man kann Sonderfälle mit Einbauen

- 1 Schüler bekommt einen Gutschein von z.B. 12,50€

- 1 anderer hat eine Pfandflasche dabei die er zurückgibt

...

weitere Alltagsthemen sind:

- die Tankstelle (Spritpreise)
- Stoppuhr (Zeit messen beim laufen schwimmen)
- Geld (Cent, Eurobeträge)

Beispiele:

zu Strecke:

Die Klasse besteht aus 20 Schülern + Lehrerin.
Unter den Schülern gibt es ~~10~~ Jungen + 10 Mädchen.
Die Schüler messen:

Lehrerin 1,66 m

alle 10 Schüler zusammen: 15 m
angenommen Ø ca. 1.50 (5 Klasse)
alle 10 Schülerinnen zusammen: 14 m
angenommen Ø ca. 1.40

mit Gutschein von 12,50€, soll aber, ~~oder~~
von den 20€ + 12,50€ => 15€ der Mama
wieder mit nach Hause bringen

- 20 € + 12,50 €
  = 32,50 € zur Verfügung
  − 15,00 € für Mama
  − 17,50 € zur freien Verfügung
  ...

- 20 € Startguthaben + Pfandflaschen
  = 20 € + 0,25 €
  ...

Bei der Stoppuhr:

→ wer ist schneller geschwommen?

Kai : 2,30 min
Simone : 2,15 min
Christine : 2,17 min
...

Tankstelle:

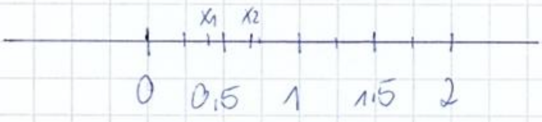
1 Liter kostet 1,34 Euro
Der Autofahrer tankt 40 Liter
...
1,34 · 40 = ...

◦ Ziffern

z.B. 3,5 = 3 E + 5z

E	z
3	5

◦ Zahlenstrahl



z.B.

$x_1 = 0,45$

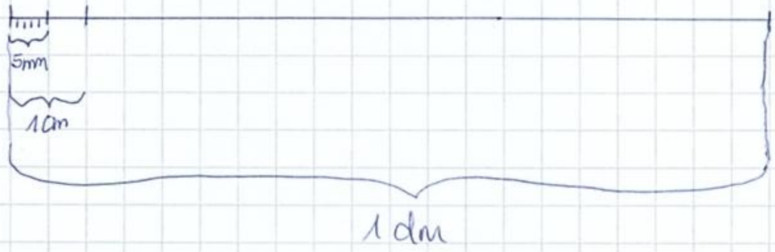
$x_2 = 0,7$

Das zeigt den Schülern verdeutlicht was wirklich wie groß ist. Genaueren Beschreibung siehe 3. Schwierigkeiten.

◦ Lineal

am besten geeignet für Umwandeln

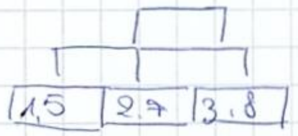
z.B. 5mm = 0,5cm ; 1cm · 10 = 1dm



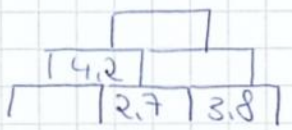
5mm · 20 = 10 cm = 1dm

1cm · 10 = 10 cm = 1dm

• Rechentreppe



den Schülern wird nur die untere Reihe gegeben und sie müssen die fehlende Kästchen berechnen
oder folgendes:



↳ wie dieses Bsp. zeigt gibt es verschiedene Variationsmöglichkeiten

• Hilfestellung

durch die Angabe von Stellenwerte gemeint:

zB

312,45 + 30,3

↳ HZE z h ZE z
312,45 + 30,3

3H + 1Z + 2E + 4z + 5h + 3Z + z

sortieren ↳ = 3H + 1Z + 3Z + 2E + 4z + 3z + 5h

$= 3H + 4Z + 2E + 7z + 5h$

$= \overset{HZE}{342},\overset{zh}{75}$

$= \underline{\underline{342,75}}$

- <u>Schreibweise untereinander</u>

z.B. · 412,35 + 22,45

· 320,03 − 105,10

$$\begin{array}{r} 412,35 \\ +\ 22,45 \\ \hline \underline{\underline{434,70}} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 320,03 \\ -\ 105,10 \\ \hline \underline{\underline{224,93}} \end{array}$$

Neben den verschiedenen Themen und den verschiedenen Rechenwegen gibt es auch verschiedene Möglichkeiten der Darstellung bzw. Orte/Art und Weise an das Thema heranzuführen.

Zum einem außerhalb des Klassenzimmers
z.B. im Supermarkt (siehe Bsp. Einkaufen)
oder während der Klassenfahrt. schauen, wo sich überall Dezimalbrüche befinden
(Tankstelle, Werbeplakate) ~~Eine~~ Weitere Möglichkeiten sind ~~TA~~, Ekonisch (Handlungsorientiert)
z.B. das Messen aller Schüler, Waage-Modelle, Ikonisch (zeichnerisch), hier z.B. die Rechentreppe, Zahlenstrahl, Kassenbon, die Schüler können aufmalen für ihren Banknachbar.

oder zu guter Letzt symbolisch. Die Schüler bekommen z.B. Werbeplakate oder Kassenbons, Rechentipps etc. oder Bilder auf den z.B. Strecke eingezeichnet sind die berechnet werden müssen abgebildet sind.

Wie man sehen kann gibt es viele verschiedene Möglichkeiten den Schülern die Dezimalbrüche näher zu bringen. Man muss jedoch darauf achten dass nicht jede Methode für jeden Schüler gleich gut verständlich sind.
Deshalb ist es wichtig auch die ganzen verschiedenen Möglichkeiten den Schülern näher zu bringen, ohne sie zu verwirren.

(3.) Es ist schwer genau festzulegen wo die Schüler Schwierigkeiten haben werden, denn jeder Schuler ist anders. Was der eine auf Anhieb versteht bereitet einem anderen Kopfzebrechen. Es ist also enorm wichtig sich alle moglichen Schwierigkeiten im vornherein zu überlegen um dann den Schülern im Notfall helfen zu können. Ein paar der möglichen Schwierigkeiten mochte ich nennen und dann Moglichkeiten vorschlagen, wie diese behoben werd könne.

Folgende Schwierigkeiten konnen auftreten:

- Aussprache: Die Ziffern vor dem Komma werden anders gelesen als hinter dem Komma.

  z.B. 317,15

- Man sagt nicht dreihundertsiebzehn Komma fünfzehn, sondern dreihundertsiebzehn Komma eins fünf.

Hier können also bereits die ersten

Schwierigkeiten auftreten.

Dagegen vorgehen kann man am besten nur durch üben, üben, üben. Der Lehrer muss die Schüler immer wieder dazu aufrufen die Ziffern laut vorzulesen. So prägt sich das schnell ein und das Problem ist leicht behoben.

• Bedeutung der Null

Die Null kann in verschiedener Hinsicht zu Problemen führen.
Einmal wenn die Zahl in die Stellenwerttafel eingetragen wurde und mit einer anderen ~~multipliziert~~ addiert wird oder nur die Aussprache.

Aussprache:

Z	E	z	h
1	0	3	5

↳ 1 Zehner, kein Einer, 3 Zehntel, 5 Hundertstel

↳ auch hier üben wichtig!

addieren 105,37 + 37,25

• Größenverständnis

Für die Schüler kann es zu Beginn schwierig sein sich vorzustellen, dass zu 3

z.B. 32,348 kleiner ist

wie z.B 32,34

Das Problem hier ist, dass die Schuler es bis jetzt nur so kennen, umso mehr Stellen eine Zahl hat umso grösse, doch nach dem Komma ist das umgekehrt.

Bsp. 350 > 35

Dieses Problem / Schwierigkeit ist am besten lösbar durch das zeigen am Zahlenstrahl

z.B. Da können die Schüler direkt sehen, warum die eine Zahl kleiner ist wie die andre.
(siehe Bsp. Zahlenstrahl bzl.)

• Komma bei der Multiplikation

habe ich z.B

3,2 · 4,5

1280
160
13.60

Das Komma, also an welche Stelle ich es setzen muss ist, das ich von beiden Ziffern, die miteinander zu multiplizieren sind die Anzahl der Ziffern nach dem Komma zähle, diese dann addiere und diese Summe der Addition von Ergebnis der Multiplikation von rechts nach links abzähle um das Komma zu setzen. Nach dem obigen Bsp. also zwei Stellen von rechts nach links.

Das Komma an sich

Das Komma alleine kann schon verschreckend auf die Schüler wirken. Denn sie sind nicht gewohnt damit zu rechnen, oder wissen nicht was sie damit tun sollen. Aus diesem Grund ist es wichtig ihnen diese Angst gleich von Beginn an zu nehmen. Dies klappt am besten mit den Beispielen aus dem Alltag und dem spielerischen Lernen. Ebenfalls eine Hilfe ist diese Stellenwerttafel, oder die Schreibweise untereinander (siehe 2.)

Das Stellenwertsystem

Die Schüler kennen bereits die Stellenwerttafel allerdings nur mit der E, Z, HT aber noch nicht mit z, h, t Das ist neu. Man muss ihnen erst einmal klar machen, dass es eben nicht nur ganze Zahlen gibt wie 370 sondern eben auch welche die ~~Stund~~ etwas ~~[illegible]~~ mehr sind als 370 aber es nicht soviel wie zu 3. 3 ≯ 1, sondern dazwischen.

Auch wird es für die Schüler schwer zu Beginn warum die Stellenwerttafel nicht H, Z, E, e, z, h hat sondern eben H, Z, E, z, h. Dies kann man am besten mit Gewichten, den Zahlenstrahl, dem Lineal und noch anderen Dingen zeigen. Wichtig ist, das die Schüler ein Gefühl für die Zahlen bekommen, vor allem für die nach dem Komma!

· Wenn die Addition das erste mal über das ganze geht

Habe ich z.B.

1,4 + 3,7

so ist es leicht möglich das die Schüler folgendes hinschreiben:

4,11 doch das wäre falsch.

Daran würde man erkennen dass sie die Bedeutung der Zahlen nach dem Komma noch nicht verstanden haben. Hier eignet sich meiner Meinung nach das Waagemodell, oder auch das Streckenmodell.

Lässt man die Schüler auf einer Waage, die Kilogramm anzeigt verschiedene Grammgewichte draufstellen sehen sie, dass ~~sich~~ nun auch Kilos angezeigt werden. Auch das umrechnen kann helfen und ganz wichtig und hier bestimmt sehr hilfreich Geld.

Habe ich zum B. zwei Artikel, die ich kaufen möchte dann wissen die Schüler bereits, dass wenn der Artikel 1,4 € und 3,7 € kosten würde, der Preis im ganzen nicht 4,11 € betragen würde sondern 5,10 €

4

Auch das Bündeln und Entbündeln von Ziffern kann hilfreich sein. ~~Wenn ich in~~

Folgendes Bsp.:

Ich habe 31 Euro Münzen und 12 10Cent Münzen dann würde dies folgendermaßen Aussehen:

doch von oben 12 10Cent Münzen könnte ich auch 10 von ihnen in ~~1~~1 Euro Münzen umtauschen lassen

$10 \cdot 10$ Cent = 100 Cent = 1 Euro

runder Betrag (ohne Komma) hatte. Wenn man die Möglichkeit hat Ding aus dem Alltag zu nutzen oder verschiedene Rechenmethoden anzuwenden, dann sollte man dies nutzen.
So kann man Schwierigkeiten bereits zu Beginn minimieren.

III reinperiodisch (unendlich)

z.B. $1{,}33\overline{3}\ldots$

1) $x = 1{,}33\overline{3}\ldots$

2) $10x = 13{,}333$

2 − 1

$10x - x = 13{,}333 - 1{,}333$

$9x = 12$

$x = \frac{12}{9}$

↳ immer möglich (Umwandlung)

IV unendlich - gemischt periodisch

z.B. $12{,}45\overline{353}\ldots$

1) $x = 12{,}453\overline{53}\ldots$

2) $10x = 124{,}5353\ldots$

3) $100x = 12453{,}5353$

~~$100x = 12453{,}5353$~~

~~$-\ 10x = 124{,}5$~~

~~$-\ x$~~

3 − 2 $100x - 10x = 12453{,}5353 - 124{,}5353$

$90x = 12329$

$x = \frac{12329}{90}$ → nein irgendwie falsch

↳ immer möglich (Umwandlung