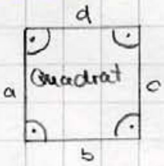
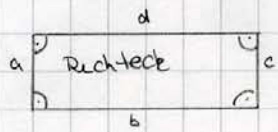
1) Vierecke bestehen, wie der Name bereits sagt, aus einem Streckenzug mit 4 Ecken, bzw. Winkeln (, welche α, β, γ und δ genannt werden.)
Die wichtigsten 4-Ecke sind dabei: Quadrat, Rechteck, Parallelogramm, Trapez, Drachen, Raute.
Andere 4-Ecke sind z.B. Sehnenvierecke (mit Umkreis), Gleichschenkliges Trapez, 4-Ecke mit 2 maßgleichen Gegenwinkeln, Tangentenviereck (Inkreis), schiefer Drachen;
Nun lassen sich die 4-Ecke in verschied. Klassifizierungen unterteilen, dem sog. Haus der Vierecke. Die Unterteilung nach: Klasse? (bin mir nicht ganz sicher mit dem Namen))
Man geht zunächst aus vom Quadrat: (viermal rechter ∢, vier gleichlange Seiten



$a = b = c = d$

$\alpha = \beta = \gamma = \delta = 90°$

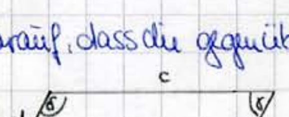
Als nächstes nimmt die Eigenschaft der vier gleichlangen Seiten weg und kommt zum Rechteck (4mal 90° Winkel, gegenüberliegende Seiten = gleichlang



$a = c$; $b = d$

$\alpha = \beta = \gamma = \delta = 90°$

Als nächstes nimmt man die 4 rechteckigen Winkel weg und legt Wert darauf, dass die gegenüberliegenden Seiten noch gleich sind => Parallelogramm



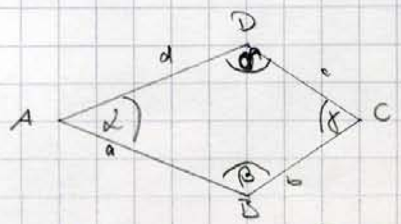
$a = c$; $b = d$; $\Rightarrow \alpha + \beta = 180° = \delta + \gamma$

Man könnte aber auch auf die Parallelität ein Augenmerk legen, somit kommt man zum Trapez:

$\alpha + \delta = 18° = \beta + \gamma$

$a \parallel c$

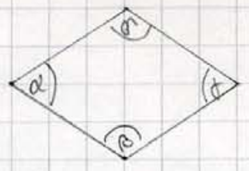
Somit ist man bei den benachbarten ∢ angekommen.



$\beta = \delta$

$b = c \; ; a = d$

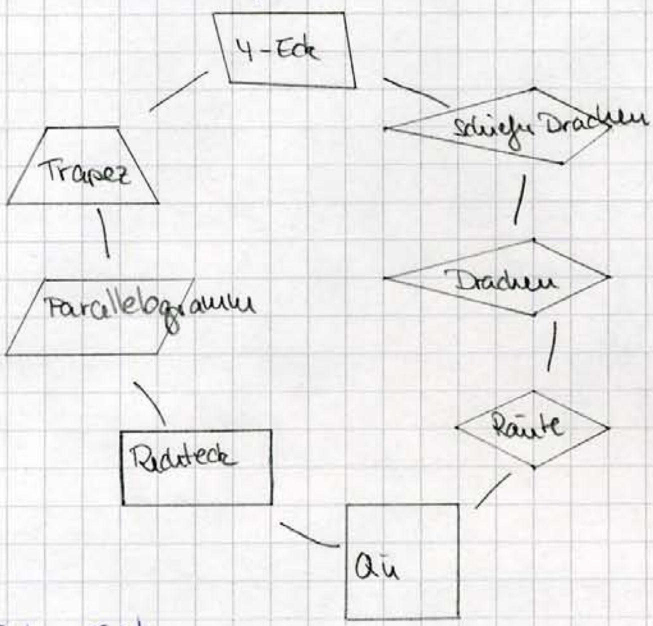
Von hier kommt man zur Raute, wenn man alle Seiten gleich lang macht.



$\alpha = \gamma \; ; \; \beta = \delta$

$a = b = c = d$

Es ist also ein Kreislauf, wenn man nach den Eigenschaften der Seiten + Winkel geht:



siehe Seite

2a) Ein 4-Eck mit 4 gleichlangen Seiten heißt Raute.

Def. Ein 4-Eck mit sich rechtwinklig halbierenden Diagonalen heißt Raute.

Ein 4-Eck, bei dem je 2 Seiten parallel sind und die Diagonalen senkrecht aufeinander ~~liegen~~ stehen, heißt Raute.

Ein Parallelogramm mit orthogonalen Diagonalen heißt Raute.

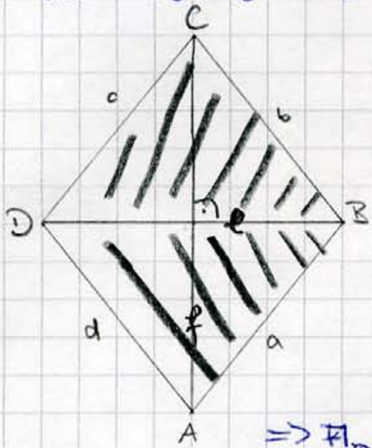
Ein Drachen mit sich gegenseitig halbierenden Diagonalen, heißt Raute.

Eine Raute ist Drehsymmetrisch bzgl. des Drehwinkels von 180° um den Diagonalenschnittpkt.

Eigenschaft

2b) ①

Eine Raute besteht aus 2 gleichschenkligen Dreiecken.



① $\Delta DBC = \frac{1}{2} g h \qquad h = \frac{1}{2} f ; g = e$

$\Delta DBC = \frac{1}{2} \cdot e \cdot \frac{1}{2} \cdot f$

② analog. $\Delta DAB = \frac{1}{2} \cdot e \cdot \frac{1}{2} \cdot f$

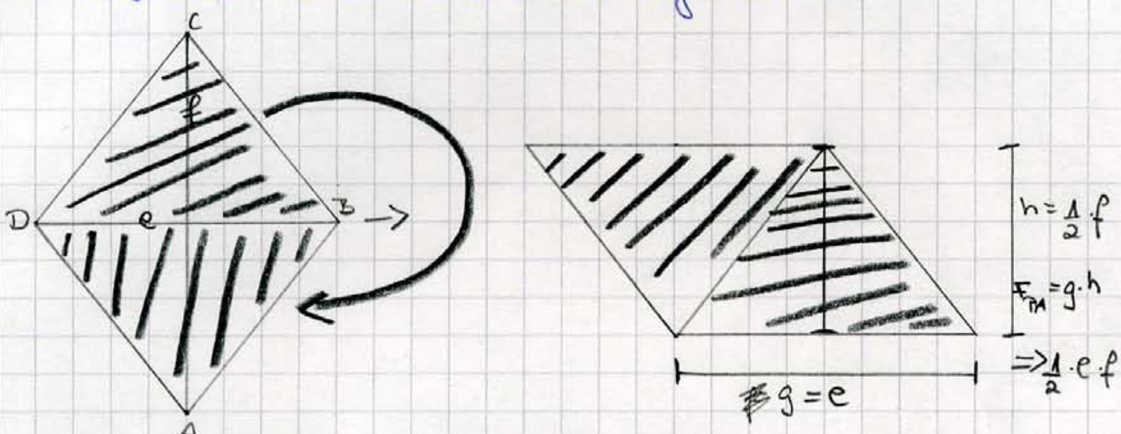
$A_{Raute} = \Delta DBC + \Delta DAB$ ②

① + ② $\Delta DBC + \Delta DAB = \frac{1}{2} \cdot e \cdot \frac{1}{2} f + \frac{1}{2} \cdot e \cdot \frac{1}{2} f$

$\Rightarrow Fl_{Raute} : A_{Raute} = \cancel{2}\ \frac{1}{2} e \cdot f$

②

Umbauen der Raute in ein Parallelogramm:



Für den Schüler gibt es 2 gute Möglichkeiten, wie er den Flächeninhalt der Raute berechnen kann. In ① sieht man, dass es sich um 2 gleichschenkligs Δ handelt. Im ② ist es genauso, nur das man die beiden Δ zu einem PA umwandelt. Sehr schön kann man das dem Schüler zeigen wenn man die Raute entlang einer Diagonalen zu 2 Δ ausschneidet und dann entsprechend ① oder ② hinlegt. Dabei kann man dann (Flächeninhalt von Δ sowie PA sind bekannt) sehr schön die Flächeninhaltsformel erarbeiten.

Für die Schüle erscheint mir die Umbaulösung ② die einfachere, weil man hier sehr schön die Längen e und f auf g und h übertragen kann.

3) Zum bevorstehenden Oktoberfest würde ich als Einstieg in eine Stunde natürlich den optischen Analysator „Auge" beim Schüler aktivieren und dazu evtl. eine bayerische Flagge oder das berühmte Rautenhemd anziehen und somit die Motivation und das Interesse hochzuhalten. Dabei würde ich durch einen stummen Impuls mit eben diesen Materialien in die Stunde kommen und dann die Schüler auf Zetteln schreiben lassen, was sie sehen. Dabei kann es natürlich schon sein, dass zunächst die Aufmerksamkeit einigen anderen Dingen gilt, aber man muss halt durch bestimmte Gestiken auf das Muster aufmerksam machen. Da die Klasse relativ schnell auf das Muster der Raute kommen wird, lässt man Schüler dieses Muster auf die umgedrehte Seite des Papiers zeichnen. Danach sollen die Schüler die verschied. Zeichnungen an die Tafel kleben und jeweils vorstellen. Man muss dabei natürlich darauf achten, dass man unterschiedliche Schülerzeichnungen auswählt, welche im Hinblick auf Winkeleigenschaften, Seiteneigenschaften, Diagonalen, Inkreis, Umkreis, usw. als interessant scheinen. Somit hat man einen guten Einstieg zum Thema „Raute". Zusätzlich kann man dazu auch noch verschiedene Beispiele aus der Umwelt (   ) zusätzlich mit einbringen. Als Erarbeitungsphase legt man auf den Overheadprojektor eine vorher angefertigte „exakt gezeichnete" Raute und lässt Schüler zunächst selber den Unterschied zwischen den selbst gezeichneten und der „Overhead-Raute" erkennen. Dabei ist es sinnvoll zunächst nur auf die Seiteneigenschaften einzugehen, weil diese durch einfaches Messen am einfachsten zu erklären und auch zu verstehen sind. Man lässt hierbei versch. Schüler jeweils die Strecken $\overline{AB}$, $\overline{BC}$, $\overline{CD}$ und $\overline{DA}$ mit dem Maßband oder Lineal

abmessen. Dabei erkennen die Schüler, dass die Seiten a, b, c, d gleich lang sind. Als Unterstützung kann man diese Werte in einer Wertetabelle einzeichnen lassen. Analog zu den Seiten kann man nun die Winkel messen und diese wiederum in eine Tabelle eintragen. Das ~~H~~ richtige Messen der Winkel muss hier bereits erarbeitet worden sein. Somit erkennen die Schüler auch den Zusammenhang der gegenüberliegenden ∡.

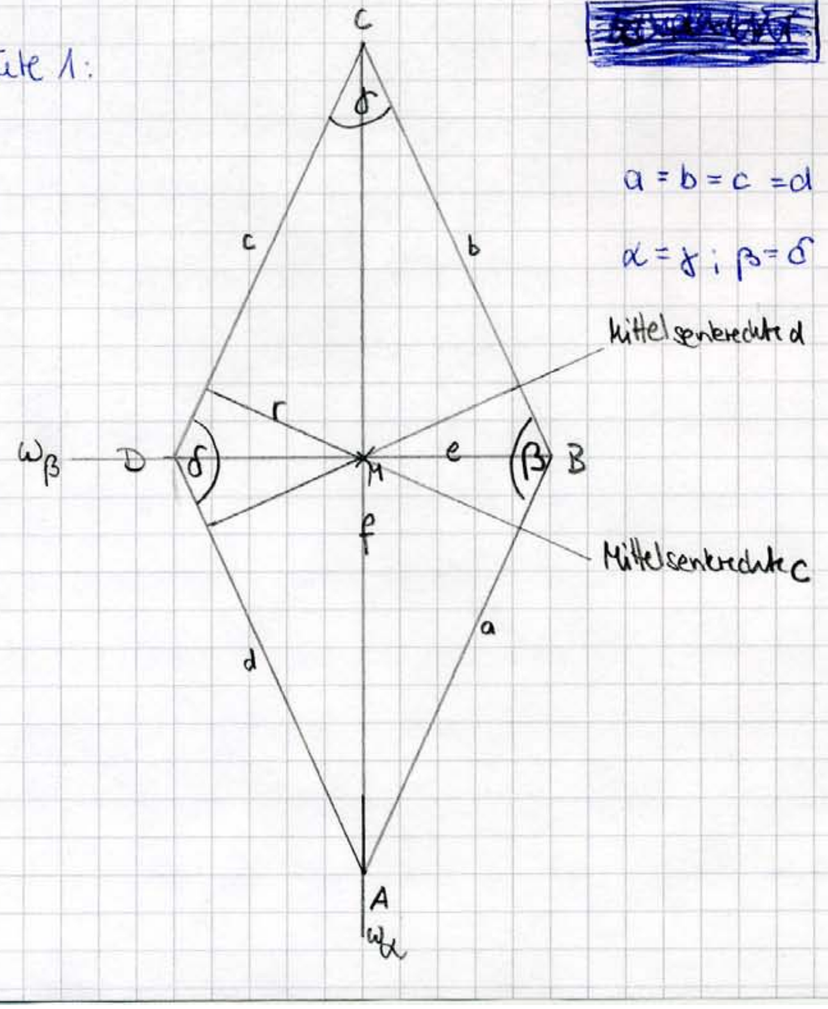
Diese Erarbeitung kann durch die versch. Schüleraktivitäten bereits eine Schulstunde betragen und somit müsste man zur Erarbeitung der Diagonaleneigenschaften, sowie ~~Inkreis~~ eine weiter Stunde einräumen:

Man verwendet hierzu wiederum die „Overhead-Raute" bzw. fertigt eine Raute an der Tafel an. Wenn man zwei oder drei versch. Rauten anfertigt, können die Schüler auch erkennen, ob es sich allg. um Eigenschaften jeder Raute handelt. Als nächstes lässt man jeweils die Diagonalen von versch. Schülern an den versch. Rauten eintragen. Dies soll wiederum als stummer Impuls folgen: Die Schüler sollen nun erkennen, dass sich die Diagonalen in jeder Raute lotgerecht verhalten. Als Unterstützung dazu kann auch eine Computeranimation (Java-Applet) herangezogen werden, bei denen der Lehrer die Seitenlänge ~~und~~ sowie auch Winkel verändert, und die Schüler augenmerk auf das „Lot der Diagonalen" haben. An der Computeranimation können dann auch die für mich noch wichtigen Eigenschaften, wie die Winkelhalbierung der Diagonalen, sowie die gegenseitige Halbierung der Diagonalen gut durch den Lehrer erklärt oder auch durch ~~Abm~~ den Schüler nachgemessen werden. Dazu kann ~~es~~ analog zur Eigenschaften der Seiten und Winkel wieder eine Wertetabelle im Heft gemacht werden.

Die wichtigsten Eigenschaften werden nun erarbeitet. Nun soll durch einen Hefteintrag mit Arbeitsblatt (die Wertetabellen wurden bereits in's ~~#~~ Heft eingetragen; vorher den Schülern sagen, sie sollen Platz für eine Raute lassen ($\frac{1}{2}$ Seite -> Arbeitsblatt). Auf diesem Arbeitsblatt mit der Raute (evtl. lässt man die Schüler selbst eine Raute zeichnen, was allerdings sehr schwer ist) sollen nun die Eigenschaften markiert werden. Die gleichlangen Seiten grün, die gegenüberliegenden ∡ (blau + gelb), sowie die „Diagonalenwinkel" mit violetter Farbe. Danach werden noch die Merksätze notiert und somit gesichert. Nach der Sicherung sollen die Schüler als HA jeweils 3 versch. Rauten zeichnen, welche man als Einstieg für die nächste Stunde, im Hinblick auf evtl. Flächeninhalte, Inkreis oder auch Umkreis verwenden kann. Das wichtigste an diesen Unterrichtsstunden ist, dass man sich

[redacted]

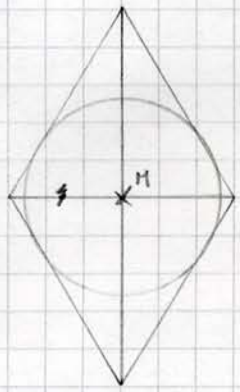
4) Raute 1:



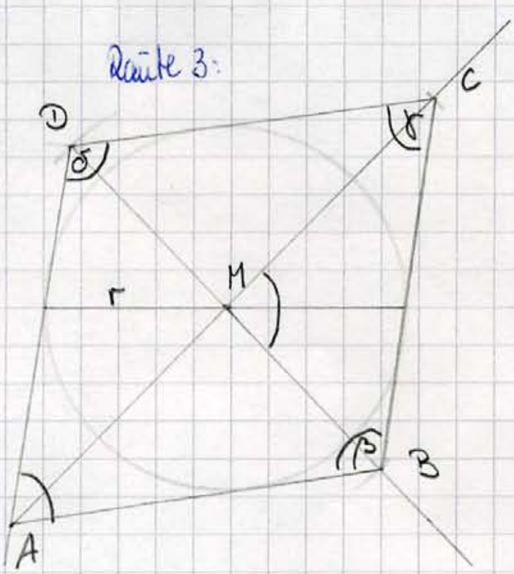
$a = b = c = d$

$\alpha = \gamma ; \beta = \delta$

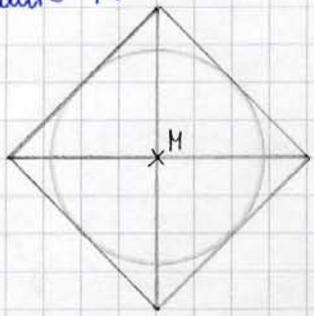
Raute 2:



Raute 3:



Raute 4:



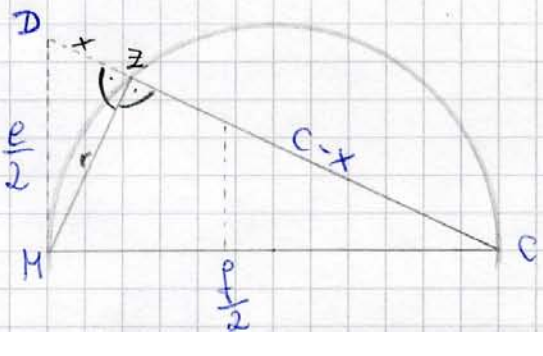
4a)

An den 4 versch. Rauten (Seite 6-7) sieht man bereits, dass jede Raute, egal welche ∢ und auch Seitenlängen einen Inkreis haben. Als Inkreis ist hierbei der Schnittpunkt der Diagonalen, ~~[illegible]~~ aber auch der ~~Winkelhalb.~~ Mittelsenkrechte wichtig, da dieser Schnittpunkt der Punkt M ist. (siehe Raute 1)

Diese Mittelsenkrechte ist dabei gleichzeitig der Durchmesser d und somit wichtig für die Berechnung des Radius r des Kreises:

Hierbei kann man den Satz von Pythagora anwenden, da durch die Mittelsenkrechte ein ∢ von 90° gegeben ist.

Hier gilt dann: Übertragung der Figur von Raute 1 (Seite 6)



① $\left(\frac{f}{2}\right)^2 = r^2 + (c-x)^2$

$r^2 = \left(\frac{f}{2}\right)^2 - (c-x)^2$

$r = \sqrt{\left(\frac{f}{2}\right)^2 - (c-x)^2}$

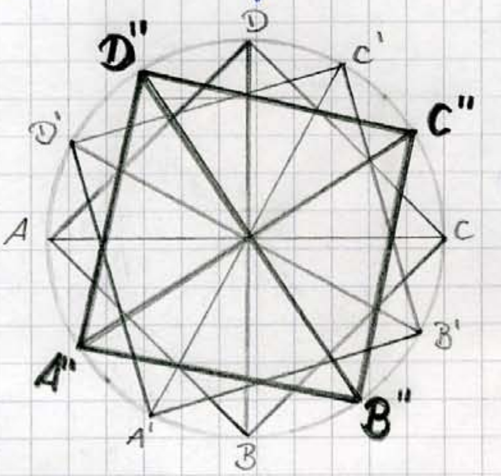
Die Variable x kann wiederum durch Pythagoras im ΔMZD errechnet werden:

② $\left(\frac{e}{2}\right)^2 = r^2 + x^2 \Rightarrow x = \sqrt{\left(\frac{e}{2}\right)^2 - r^2}$

② in ① $\Rightarrow r = \sqrt{\left(\frac{f}{2}\right)^2 - \left(c - \sqrt{\left(\frac{e}{2}\right)^2 - r^2}\right)^2}$

Hierbei sind alle verwendeten Variablen (bis auf r) gegeben. Man muss also nur noch einsetzen.

4b) Beim Umkreis müssen alle vier Eckpunkte gleich weit vom Zentrum M entfernt sein.

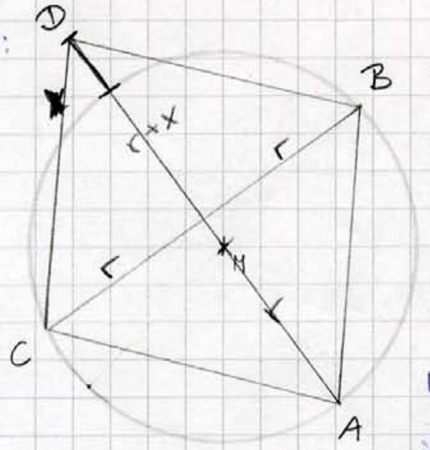


□ ABCD
□ A'B'C'D'
□ A''B''C''D''

Aus diesen Zeichnungen wird ersichtlich, dass der Radius r somit immer gleich ist, was zur Folge hat, dass die Diagonalen immer 2r sind. Die Rauteneckpunkte müssen auf dem Kreis (M;r) liegen, da sonst kein Umkreis möglich. Somit ist klar, dass die Raute nur einen Umkreis haben, wenn sie entweder aussehen, wie □ ABCD oder □ A'B'C'D' oder □ A''B''C''D''.

Diese 3 Figuren sind kongruent zueinander, sodass man sagen kann: □ ABCD ≙ □ A'B'C'D' ≙ A''B''C''D''

Es ist also ersichtlich, dass nur wenn die beiden Diagonalen gleich 2r sind, dann hat die Raute einen Umkreis. Also wenn die Diagonalen gleich lang sind.
Man hat somit den Sonderfall „Quadrat".
Gegenbeweis:



Die Diagonalen halbieren sich zwar Gegenseitig, stehen auch senkrecht zueinander, aber sind nicht gleich lang. Somit ist zwar A, B, C auf dem Umkreis, aber nicht D.

4c)

Durch das dynamische Verändern versch. ∡ durch manche Applets, wird dem Schüler sehr schnell ikonisch ein Überblick über die versch. Eigenschaften einer Raute gegeben und somit ein sehr gutes Verständnis aufgebaut. Diese Software (z.B. MADIN) muss aber korrekt eingesetzt werden. Dabei muss vor allem hinterfragt werden, wann, wo, und in welcher Klasse man es einsetzt. Dabei bringt es nichts, wenn die PC-Software in einer unruhigen + disziplinlosen Klasse eingesetzt wird, da durch das Auf- und Abbauen, bzw. dem Hochladen natürlich Wartezeiten entstehen könnten. Die schreibe Leiter extra von können: Als Klassenlehrer in der Hauptschule kann man nicht bereits in der Stunde vorher aufbauen, außer in der 1. Stunde des Tages, weil man ja bereits in der Klasse ist. Somit sind „Leerlauf" unvermeidbar. Wenn man aber eine „gute" Klasse hat, so sind solche Art von Softwäre natürlich „gold“ wert. Man benötigt einen PC, Laptop und einen Beamer, um es für alle sichtbar zu machen. Wenn dies der Fall ist, kann man unendlich viele Rauten innerhalb kurzer Zeit „konstruieren“, was an der Tafel nicht möglich ist. Auch auf Geobrettern oder ähnliches ist dies nicht möglich.

Man kann hierbei bei Winkel von ∢ 0° bis 90° alle möglichen einsetzen. Die Schüler erkennen dabei auch Sonderformen und haben immer einen Überblick, wie groß welcher ∢ ist, da bei solchen Programmen auch die momentane ∢größe ersichtlich werden kann.

Die Schüler können dabei selbst verschiedene Rauten per Maus einstellen und somit die Eigenschaften und Verhältnismäßigkeiten kennen lernen. Durch dieses schnelle Einstellen hat man natürlich eine unglaubliche Zeitersparnis, was man wiederum zum Üben + Vertiefen + Sichern hernehmen kann.

hierbei genügend Zeit lässt und auch den Schüler genügend Zeit gibt, um „sauber“ und exakt zu arbeiten. Dies gilt vor allem beim Messen von Seiten und ∢, da hierbei sehr schnell um einige ~~[illegible]~~ Grade oder mm vermessen werden kann.

zu 1) Klassifikation nach Seiten (eine andere Möglichkeit)

4 gleichlange Seiten parallel zueinander : ~~[illegible]~~ Quadrat +
4 gleichlange Seiten nicht parallel zueinander : Raute
jeweils 2 gleichlange Seiten -"- -"- : ~~[illegible]~~ Rechteck + Parallelogramm

2 Seiten parallel zueinander : Trapez

Diagonalen senkrecht zueinander : Drachen

untersch. Seiten u. parallel zueinander: 4-Eck

⇒ s. Seite 11