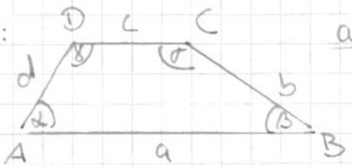
Aufgabe 1

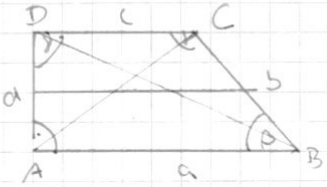
Definition Trapez:



allgemeines Trapez

Ein Trapez ist ein Viereck mit ein Paar gegenüberliegenden Seiten die parallel sind. Die Winkelsumme ($\alpha + \beta + \gamma + \delta$) ergibt 360°. Der allgemeine Trapez hat keine Symmetrieeigenschaften doch werden die Diagonalen im gleichen Verhältnis geteilt

Rechtwinkliges Trapez

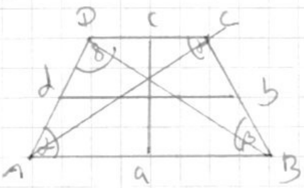


Gegenüberliegende Seiten a und c sind parallel: $\alpha = \delta = 90°$, $\gamma + \beta = 90°$

Jeweils zwei anliegende Winkel ergeben 90°. Bei dem rechtwinkligen Trapez sind zwei Winkel (α und β) jeweils 90°.

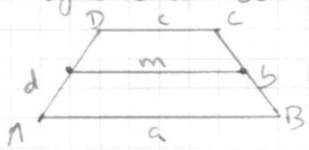
Diagonalen teilen sich im gleichem Verhältnis

gleichschenkliges Trapez:

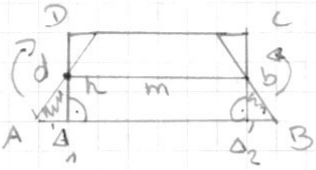


Zwei gegenüberliegende Seiten sind parallel (a, c). Die zwei leicht paralleten Seiten sind gleich lang. Die Diagonalen sind gleich lang und teilen sich im gleichen Verhältnis. Die zwei anliegenden Winkel α und β sind gleich groß und auch δ und γ. Die Seitenhalbierende Achse e teilt das Trapez in zwei kongruente rechtwinklige Dreiecke

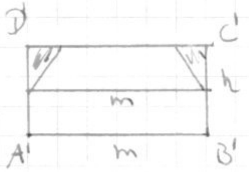
1. Möglichkeiten zur Herleitung der Flächeninhaltsformel:



Die Formel für den Flächeninhalt des Trapezes kann mit Hilfe des Rechtecks (Flächeninhalt) hergeleitet werden. Dabei wird das vorgegebene gleichschenklige Trapez waagerecht und parallel zur Grundseite a durch die Mitte geteilt, in dem man eine Strecke von d zu b zieht, und nennt die Strecke m. Anschließend werden zwei Lotgeraden zum bei den Punkten d und b gezogen.



Dabei werden die zwei entstandenen kongruenten Dreiecke bei den Punkten A und B mit einer 180° Drehung zu den Zentren d und b (Δ_1 → Drehzentrum d, Δ_2 → Drehzentrum b) ★1 bei den Punkten C und D angelegt. ~~Dabei entsteht~~ Daraus entsteht ein flächeninhaltsgleiches Rechteck.



⏢ ABCD = □ A'B'C'D'

Die Formel für den Flächeninhalt des Rechtecks gilt: Grundlinie · Höhe → Hier ist m die Grundlinie und h die Höhe. Deshalb gilt: →

★1 Die Höhe h wird durch diese Konstruktion gebildet.

$A_{\square}$ = Grundlinie · Höhe

$A_{\square} = m \cdot h$

Da beide Figuren den gleichen Flächeninhalt haben, kann man sagen:

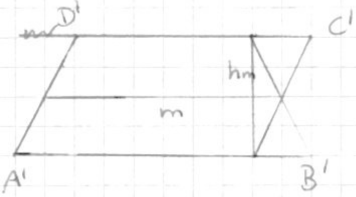
$$A_{\square} = A_{\triangle}$$
$$m \cdot h = A_{\triangle}$$

Für diese Herleitung müssen die Schüler einige Voraussetzungen mitbringen. Vor allem müssen sie die Formel für den Flächeninhalt des Rechtecks kennen und diese auch anwenden können. Sie müssen auch die Höhe (bzw. eine Senkrechte zur Seite a durch die Punkte d und b) einzeichnen können. Nach der Konstruktion des Rechtecks, müssen sie erkennen können, das die Figuren (Trapez, Rechteck) flächeninhaltsgleich sind.

2. Möglichkeit

Ähnlich wie bei Möglichkeit 1, kann man aus der Formel für den Parallelogramflächeninhalt die Formel für den Flächeninhalt des Trapezes herleiten. Hierbei kann man entweder von einem Parallelogramm ausgehen und daraus ein Trapez konstruieren oder auch andersrum (Bei Mglk 1 kann man es auch andersrum machen) machen. Wir gehen aber wieder von einem gleichschenkligen Trapez aus.

1. Man zeichnet die Mittlinie ein
2. Dann wird die Höhe einer Seite eingezeichnet.
3. Durch eine Drehung wird das entstandene Dreieck auf die c angelegt.



Somit entsteht ein Parallelogramm. Die Flächen der beiden Figuren sind gleich groß. Deshalb kann man

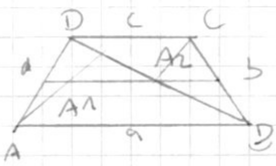
⏢ ABCD = ▱ A'B'C'D' sagen : $A_{⏢} = A_{▱}$

$A_{▱}$ = Grundlinie · Höhe
= m · h = $A_{⏢}$

Die Voraussetzungen für die zweite Herleitung ist in erster Linie das Formel für den Flächeninhalt des Parallelogramms. Diese müssen auch erkennen können, das die Figuren die gleichen Flächeninhalte besitzen.

<u>3. Möglichkeit</u>

Man kann die Fläche des Trapezes in zwei Dreiecke teilen.



Die Formel für die Dreiecksfläche lautet : $\frac{1}{2} \cdot g \cdot h$.
Da nun aus dem Trapez zwei Dreiecke entstanden ist, muss man die beiden Flächeninhalte der Dreiecke addieren.

$$A_{\text{Trapez}} = A_{\Delta_1} + A_{\Delta_2}$$

g= Grundlinie

$$A_{\text{Trapez}} = \frac{1}{2} \cdot g \cdot h + \frac{1}{2} \cdot g \cdot h$$

h= Höhe

$$A_{\text{Trapez}} = \frac{1}{2}(gh + gh) = \frac{1}{2} \cdot 2gh = g \cdot h$$

Die Voraussetzungen für die dritte Herleitung sind vor allem Kentniss über die Dreiecksflächenformel und auch das Verständnis dafür, dass es sich bei dieser Konstruktion um ein zusammengesetzte Figur (2 Dreiecke) handelt.

Die Herleitung kann man auf alle beliebigen Trapeze anwenden. Diese sollte man auch mit den Schülern durchnehmen und damit arbeiten

1. Herleitung funktioniert genauso gut bei beliebigen Trapezen.

Die 2. und 3. Herleitung genauso!

Aufgabe 3:

Das Thema „Trapezfläche" wird in der 7. Jahrgangsstufe behandelt

Lehrplanbezug: Geometrische Figuren
- Fläche von Trapez kennen lernen und anwenden können.

Lernziele:
1. Grobziel: Schüler sollen die Formel für den Flächeninhalt des Trapezes kennen lernen und anwenden

2. Feinziele:
1. Schüler sollen bewusst die Fläche des Trapezes im alltägliche Leben wahrnehmen.
2. Schüler sollen die Zusammenhänge bzw. die Beziehung des Trapezflächeninhalts zu anderen Figuren (Rechteck, Parallelogramm) herstellen können
3. Schüler sollen anhand von praktischen Übungen ihr Verständnis für die Flächenformel entwickeln
5. Schüler sollen mit der Formel Sachaufgaben bzw. Aufgaben lösen können
4. Schüler sollen in 4er Gruppen Aufgaben (Sachaufgaben) zu dem Thema entwickeln
6. Schüler sollen ein Trapez beschriften können

Sachanalyse siehe Aufgabe 1: Definition

Schülervoraussetzungen:

Die Schüler müssen die Formel für die Flächeninhalte vom Rechteck, Parallelogramm kennen und anwenden können. Bewusst wird das Dreieck weggelassen, weil die Flächenformel vom Trapez erst neu eingeführt (durch 1. oder 2. Herleitung in der ersten Aufgabe) wurde und in erster Linie mit Rechteck und Parallelogramm die Formel bei den Schülern gefestigt werden soll.
Schüler kennen schon die Formel für den Flächeninhalt des Trapezes

Unterrichtsverlauf:

Als Einstieg / 1. Motivation wird ein allgemeines Trapez auf dem OHP gezeigt. (als stillen Impuls) Schüler hatten den Auftrag, bis zu dieser Unterrichtsstunde, sich Gegenstände aufschreiben, mitbringen oder auch merken sollen.
Schüler wissen gleich, dass sie heute die Trapezformen im Alltag nennen sollen. Einige Schüler ~~wollte~~ melden sich schon als L fragt: „Wo im Alltag kennen wir diese Form?"
S geben ihre Antworten: „Autofenster ..."
L zeigt Bilder mit den Gegenständen aus dem Alltag auf Folie und lässt die Schüler mit einem Folienstift den Umfang nachfahren.

2. Motivation

Lehrerin verteilt den Schülern verschiedene bunte Papp-Vierecke:
Parallelogramme, Rechtecke (in verschiedenen Größen).
Schüler sollen in 4er Gruppen aus den Vierecken Trapeze basteln/konstruieren und den Flächeninhalt bestimmen (x3)
20 Min Erarbeitungsphase
Nach der Erarbeitungsphase sollen ~~die~~ 2-3 Gruppen ihre Ergebnisse vorstellen. Die Ergebnisse werden verglichen und die Papptrapeze werden in dem Heft eingeklebt mit der Überschrift „Flächeninhalt des Trapezes"
Dabei notieren die Schüler zuerst die Flächeninhalte der Rechtecke und Parallelogramme mit Rechenweg ins Heft und dann machen sie daraus ihre Trapeze und notieren ihre Fläche.
Die Zusammenhänge der Flächen der Figuren
Rechteck → Trapez, Parallelogramm → Trapez besprochen.
L: „Was fällt euch auf?"
S: „Die Flächeninhalte sind gleich groß"

3. Erarbeitungsphase:

L: „Entwickle 3 Aufgaben zu Flächeninhaltsformel des Trapezes“ (in Gruppen 4er)
Schüler überlegen sich 3 Aufgaben in 4er Gruppen. Nach der Erarbeitungsphase werden die Aufgaben vorgetragen und die Schüler per Abstimmung unterscheiden, welche fünf Aufgaben sie als Hausaufgabe bis zum nächsten Mal machen sollen.

Didaktische Gesichtspunkte:
In der Einstiegsphase wird bewusst über die Gegenstände gesprochen, die im Trapezform im Alltag erscheinen, weil die Schüler meist nicht bewusst die Fläche des Trapezes wahrnehmen. Meistens verbinden die Schüler ihre Kenntnisse aus dem Matheunterricht nicht mit ihrem Leben aus der Schule. Deshalb sollte man immer den Bezug zum Alltag herstellen.

In der Phase der zweiten Motivation sollten Schüler aktiv sich mit der Fläche des Trapezes auseinandersetzen. Hierbei ist es wichtig, dass sie das Verständnis für die Herleitung des Formels gewinnen. Diese wird in 4er Gruppen erarbeitet, weil nicht alle Schüler gleich stark sind und weil die schwachen Schüler die Möglichkeit bekommen in kleineren Gruppen Fragen zu stellen bzw. sich austauschen können.

Die Ideen können besser besprochen können. Soziale Kompetenzen gesichert, geübt. Bei der Vorstellung ihrer Ergebnisse üben sie vor der Klasse zu sprechen, indem sie ihr Ergebnis der Klasse präsentieren. Sicherheit vor der Klasse zu stehen geübt.

In den letzten Erarbeitungsphasen wenden sie ihr Wissen über die Fläche des Trapezes an, indem sie selber Aufgab erstellen. Diese Methode motiviert sie mehr, die Aufgaben zu bearbeiten, da es sich um ihre eigenen Aufgaben handelt. Intensivere Auseinandersetzung mit dem Lehrgegenstand wird dadurch ermöglicht.

Aufgabe 2:

Man kann das Verständnis des Flächeninhaltsformel des Trapezes mit dem Arbeiten im Koordinatensystem vertiefen. Sie zeichnen diese in einen Koordinatensystem und berechnen über die Koordinaten die Flächen.
Geraden