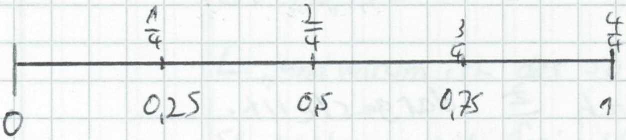
Thema Nr. 2

1. Ein gewöhnlicher Bruch wird durch $\frac{z}{n}$ dargestellt.
„z" wird hier als der Zähler des Bruchs bezeichnet. Für z kann jede beliebige Zahl aus $\mathbb{N}$ eingesetzt werden. „n" wird als der Nenner des Bruchs bezeichnet. Auch für „n" kann jede Zahl aus $\mathbb{N}$ eingesetzt werden. Der Bruchstrich ~~treut~~ trennt diese Zahlen optisch voneinander.
Ein gewöhnlicher Bruch stellt einen Teil des Ganzen dar. Dabei gibt der Nenner an, um ~~w~~ wie viele gleiche Teile ein ganzes zerlegt wurde (z.B. 5) und der Zähler, wie viele dieser 5 Teile gemeint sind (z.B. 3). Aus den Beispielen würde sich der Bruch $\frac{3}{5}$ ergeben, wobei der Nenner die Endung -tel erklärt.

Ein Dezimalbruch ist der Quotzient des gewöhnlichen Bruchs. Das heisst, der Zähler wird durch den Nenner geteilt und die Dezimalschreibweise dargestellt. Für einen Dezimalbruch können mehrere Bruchzahlen stehen, z.B. $0{,}75 = \frac{3}{4} = \frac{6}{8} = \frac{24}{32}$ etc. Die Dezimalbrüche sind vor allem für das ~~R~~ Prozentrechnen von großer Bedeutung.

2) Lehrer stellen immer wieder fest, dass Schüler große Ängste vor dem Umgang mit Brüchen haben. Obwohl beim Bruchrechnen im Endeffekt auch mit ganzen Zahlen gerechnet wird ist die Darstellungsweise der Brüche für Schüler häufig verwirrend. Ähnlich verhält es sich beim Umgang mit Dezimalbrüchen. Die Schüler müssen erkennen, dass es sich hier nicht mehr um ganze Zahlen handelt. Alleine diesses führt bei einigen Schülern zu Schwierigkeiten. An zunächst einfachen Beispielen sollte den Schülern (SS) verdeutlicht werden, wie diese Dezimalbrüche entstehen (durch Zähler geteilt durch Nenner). Sie wissen, dass $\frac{1}{4}$ bedeutet, 1 Teil von einem Ganzen, das in 4 gleich große Teile zerlegt wurde. Dies sollen sie an einem Zahlenstrahl eintragen (siehe unten)

auch diesen sollen sie am Zahlenstrahl eintragen. Das Selbe können sie




nun auch mit ~~dem~~ dem restlichen Vierteln und anschließend mit anderen Brüchen ~~dur~~ durch führen. Den SS wird deutlich, dass Dezimalbrüche keine ganzen Zahlen sind, bzw. sein können.

Ein weiteres Problem birgt die Kommaschreibweise. Ähnlich wie der Bruchstrich führt dieses Zeichen bei SS (fast automatisch) zu Verwirrung bzw. Verunsicherung. Das Stellenwertsystem bzw. dess Erweiterung ist eine gute Möglichkeit Ängste bzgl. des Kommas abzubauen. Die SS lernen hier, dass sie die Dezimalbrüche, genauso wie vorher die natürlichen, ganzen Zahlen in das System eintragen können. Die Stellen nach dem Komma werden genauso in Zehner (z), Hunderter (h), Tausender (t) usw. unterteilt:

| ... | H | Z | E | z | h | t | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | 3 | 9 | 1, | 5 | 7 | 3 | |

Diese Einteilung hilft den SS vor allem beim Addieren und Subtrahieren. Wie vorher müssen auch hier die richtigen Zahlen an die richtige Stelle. Des Weiteren wird hierdurch die Gefahr, das Komma zu verschieben vermindert. Auch beim Runden von Dezimalzahlen kommt es zu Schwierigkeiten. Auch hier hilft das Stellenwertsystem, an dem verdeutlicht wird, welche Ziffer welchen Wert hat, also wie groß sie im Verhältnis zu den anderen ist (von links nach rechts, immer kleiner).

3) Vorwissen: Die SS wissen, was Dezimalbrüche sind. Sie können mit ihnen addieren und subtrahieren. Die SS können natürliche Zahlen miteinander multiplizieren.

Da in der Fragestellung eine Skizze des Unterrichtsverlauf gefordert wird, verzichte ich auf eine (weitere) Sachanalyse.

Grobziel: Die SS sollen die Regel für die Multiplikation von Dezimalbrüchen erarbeiten.

Feinziele: 1. Die SS sollen erkennen, dass die Multiplikation mit Dezimalbrüchen genauso funktioniert, wie die mit natürlichen Zahlen.

2. Die SS sollen erkennen, dass die Anzahl der Stellen hinter dem Komma vor und nach der Multiplikation von Dezimalzahl mit natürlichen Zahl ~~tan~~ immer gleich bleibt.

| Zeit | Artikulationsstufe | Durchführung | Methode/ Medien |
|---|---|---|---|
| $8^{00}$ | Einstieg | L. hat mehrere Messbecher und blau gefärbtes Wasser auf Pult stehen. Der größte Messbecher ist für alle SS gut sehbar.<br>L: „Ich brauche heute zuerst einen freiwilligen „Schreiber" und einen freiwilligen „Leser". SS melden sich und L. wählt zwei aus.<br>L: „Ich habe hier mehrere Messbecher und blaues Wasser. Keine Angst, wir wollen heute nicht kochen, sondern weiter mit Dezimalbrüchen rechnen.<br>Ihr wisst ja schon, dass man diese, wie andere Zahlen auch, ganz normal addieren und subtrahieren kann. Heute wollen wir heraus finden, wie man diese Zahlen multiplizieren kann. Dazu machen wir zuerst ein paar Versuche. Ich habe hier im großen Messbecher genau $\frac{1}{4}$ l Wasser. S1 bitte lies vom Becher ab, wie dieser Bruch im Dezimalbruch heisst. SS: 0,25 l.<br>L: „Wie kommt man nochmal auf 0,25?"<br>SS: „Mit 1:4 = 0,25". L: „Was vermutest du, kommt heraus, wenn ich zu diesen 0,25 l nochmals 0,25 l dazuschütte?<br>SS: „Na 0,5 l"<br>L: schüttet 0,25 l hinzu. S: liest 0,50 l ab.<br>L: „Und was wenn ich nochmal 0,25 l | mehrere Messbecher, blau gefärbtes Wasser<br>1 Messbecher mit 2 l Volumen und ohne ml Angabe |

| | | |
|---|---|---|
| ~~SS~~ „ | SS: „0,75l" | |
| | L: „Und warum ist das so?" | |
| | SS: „Weil mann mit Dezimalbrüchen genauso addieren kann wie mit normalen Zahlen" | Tafel |
| | L: „Richtig: $S_2$ schreib bitte an die Tafel, was wir gerade gemacht haben. Wir haben zu 0,25l, 0,25l addiert und nochmal. „Wie oft haben wir jetzt 0,25l im Messbecher?" | 0,25l<br>+ 0,25l<br>+ 0,25l<br>0,75l |
| | SS: „3-mal." L: „genau" | |
| | L: Schüttet den großen Messbecher aus und gibt nun 0,125l Wasser hinein. | |
| | $S_1$ liest Wert ab. | |
| | L: „Vermutet, wie viel kommt heraus, wenn ich ~~0,1~~ 0,125l mal 2 nehme? Also nochmal 0,125l. | |
| Erarbeitung | SS: geben richtige u. falsche Vermutungen ab. | |
| Feinziel 1 | L. schüttet 0,125l hinzu $S_1$ liest Wert 0,250 ab. $S_2$ schreibt an Tafel $0{,}125 \cdot 2 = 0{,}250$ | |
| | L: Nune gebe ich nochmal 0,125l hinzu. Überlege was nun herauskommt. Du kannst dir auch Zettel und Stift zur Hilfe nehmen. | |
| | SS: Schätzen und rechnen<br>↳ richtige u. falsche Ergebnisse | |
| | L: Schüttet wieder dazu | |
| | $S_1$ liest ab 0,375l | |
| | $S_2$ schreibt an Tafel $0{,}125 \cdot 3 = 0{,}375$ | |
| | L: „Fällt dir etwas an den Ergebnissen auf? | |

$8^{15}$ SS: „Man kann die Zahlen ~~unter~~ miteinander mal-nehmen, als wäre kein Komma da."

L: „Richtig. Allerdings sind wir bei unserem ersten Versuchen immer unter 1 l geblieben. Nun sehen wir uns an, was passiert, wenn auf einmal eine 1 vor dem Komma steht. Ich nehme zuerst 0,5 l in dem Messbecher, nun gebe ich noch 2mal 0,5 l dazu.

SS. beobachten L und S1 liest wieder ab: 1,5 l

Erarbeitung Feinziel 2

S2 schreibt an Tafel 0,5 l · 3 = 1,5 l

L: Nun nehme ich 0,25 l und gebe noch 4mal das selbe dazu.

SS beobachten S1 liest ab: 1,25 l,

S2 schreibt 0,25 l · 5 = 1,25 l

=> noch 2 - 3 weitere Beispiele

L: Ich schreibe nun noch einmal alle Rechnungen geordnet auf eine Folie und ihr könnt mir dabei helfen.

Alle Zahlen, die nur eine Zahl nach dem Komma hatten, kommen nach links, mit 2 die Mitte, mit 3 nach rechts.

Nachdem alle Rechnungen sortiert sind, unterstreicht S2 die Stellen nach dem Komma mit Farbe. Sowohl bei Edukt als auch Produkt. — Folie

$8^{25}$ ~~$8^{25}$~~

2

Denn SS fällt auf, dass die Sellen nach dem Komma vor und nach dem Multiplizieren gleich viele sind.

| | | | |
|---|---|---|---|
| | [illegible] | L: „Genau richtig" Das heißt, ihr braucht auch beim Multiplizieren keine Angst vor Dezimalbrüchen zu haben, da ihr nur sehen müsst, wo das Komma vorher stand. | Tafel |
| | | Dieses schreiben wir nun in unser Heft mit einem Merksatz und Beispielen. | SS-Heft |
| | | L: Schreibt Merksatz an Tafel SS ins Heft. | |
| $8^{32}$ | Sicherung/ Übung | L: Gibt SS noch einige Beispiele auf, an denen sie diese Regel bestätigt sehen. | Mathebuch Stillarbeit |
| | | SS: rechnen die unterschiedlich schweren Aufgaben in Stillarbeit. | |
| | Weiterführung | Sonderangebot für Schnelle: Falls SS schnell mit den Aufgaben aus Buch fertig sind, Aufgaben stellen, vom Typ Dez.zahl · Dez.zahl und SS ausprobieren lassen. | |
| $8^{45}$ | | L. beendet Stund und gibt Ausblick auf nächste Stund, in der zwei Dezimalzahlen miteinander multipliziert werden sollen. | |

Didaktische Gesichtspunkte der zentralen Schritte:

- Einführung: Durch den Aufbau der Messbecher auf dem Pult soll das Interesse der SS geweckt werden.

- Erarbeitung der Feinziele
durch „Experimentieren": Die SS sollen sich den Stoff bzw. die Riegel selbst miterarbeiten. Zwar sind hier die SS nur zu einem geringen Teil selbst Handelnde, aber durch die Altagsgegenstände und denen Aktionen des Lehrers bleibt die Aufmerksamkeit des SS eher beim Thema. Die Lehreraktivität wurde hier der Schüleraktivität aus zwei Gründen vorgezogen.

1. Benötigt man verantwortungsvolle SS die mit Wasser oder z.B. auch Sand sachgemäß umgehen und gleichzeitig die Arbeitsanweisungen einhalten und somit zum richtigen Ergebnis kommen.

2. Gibt das Thema nicht genug her um daraus einen ganzen Lernzirkel zu gestalten, des weiteren wären hier das benötigte Material und der Zeitaufwand zu groß/viel.

- Sicherung/Übung: Die SS sollen des eben erarbeitete gleich nochmals anwenden um das Wissen zu festigen und den Umgang mit der Rechenoperation zu trainieren.

4.

- Am einfachsten ist die Umwandlung von einem gewöhnlichen Bruch in einen Dezimalbruch (DB), wenn dieser ein Stufenbruch ist. Diese zeichnen sich dadurch aus, dass ihre Nenner Potenzen von 2 und 5 sind, also $\frac{z}{2^n \cdot 5^m}$; der erste dieser Art ist also $\frac{1}{10}$; diesen kann man ohne rechnen zu müssen in den DB 0,1 umwandeln. Die 1 nach dem Komma steht für den einen Teil (Zähler), dementsprechend ist diese Umformung für Brüche wie z.B.

• Die nächst höhere Potenz ist 100 also für Brüche $\frac{1}{100}, \frac{2}{100}$ usw. Auch hier ist die Umformung genauso einfach: $\frac{1}{100} = 0{,}01 \Rightarrow$ die ~~Anzahl~~ Nullen des Nenners geben die Anzahl der Stellen hinter dem Komma an. Bei $\frac{1}{100}$ also zwei, genauso $\frac{23}{100} = 0{,}23$. Bei $\frac{23}{1000}$ also $0{,}023$ usw.

Genauso einfach ist die ~~die~~ Umformung von DB zu gewöhnlichen Bruch. Die Anzahl der Stellen hinter dem Komma gibt an, wie viele Nullen im Nenner stehen.

- Da allerdings nur relativ wenige Brüche direkt in dieser Form auftauchen, muss man noch einen Zwischenschritt einbauen, um auf den ~~gewöhnlichen~~ gewünschten einfachen Bruch zu kommen. Dies erreicht man durch Erweitern. Natürlich können nur Brüche auf 10tel, 100tel, 1000tel etc. erweitert werden, wenn der Nenner der bereits genannten Form $\frac{z}{2^n \cdot 5^m}$ entspricht:

Beispiel: $\frac{3}{4} = ? \rightarrow$ erweitern $\frac{3 \cdot 25}{4 \cdot 25} = \frac{75}{100} = 0{,}75$

Umgekehrt funktioniert das Prinzip durch Kürzen.