

Aufgabe 1

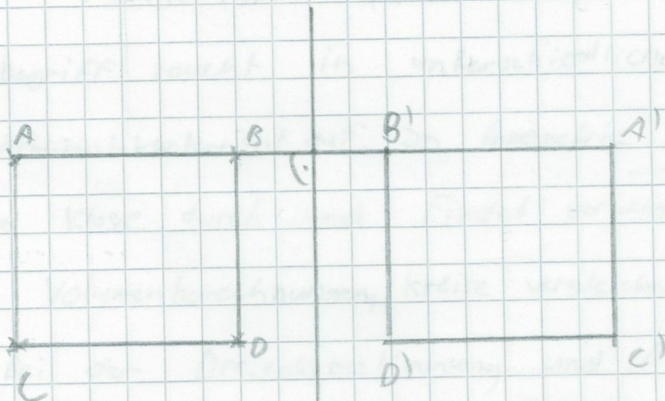
Der Begriff Symmetrie taucht in Zusammenhang mit der ebenen Geometrie in unterschiedlichen Situationen auf. Figuren sind symmetrisch, wenn sie sich in kongruente Teilfiguren zerlegen lassen. Der Symmetriebegriff ist stark mit dem der Kongruenzabbildungen verbunden. Kongruente Figuren besitzen identische Eigenschaften. Es gibt verschiedene Möglichkeiten symmetrische Figuren herzustellen.

- Achsenspiegelung
- Punktspiegelung
- Verschiebung
- Drehung
- Identität
- Schubspiegelung

Durch die zentrische Streckung, Drehstreckung oder Klapp (-Spiegel)-Streckung werden zwar ähnliche Abbildungen erzeugt, die auch einige Eigenschaften der Ausgangsfigur besitzen jedoch nicht kongruent.

Bei der Achsenspiegelung werden die Punkte $ABCD$ der Originalfigur an einer Achse g gespiegelt.

Somit entstehen die Bildpunkte $A'B'C'D'$.



$$\bar{C}_a = \bar{C}_a$$

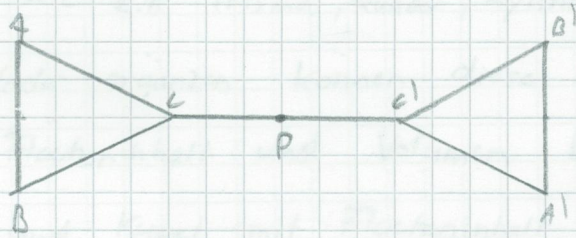
Das entstandene Bild besitzt die selben Eigenschaften wie das Original. Es ist also längen- und winkeltreu.

Nur die Umlaufrichtung hat sich geändert.

~~Lasst sich nun eine ganze Figur durch eine Achse in 2~~

Durch Punktspiegelungen lassen sich weitere Kongruenzabbildungen erzeugen.

Ein Punkt P dient als Spiegelpunkt ABC wird nun durch ihn zu $A'B'C'$ gespiegelt. $A'B'C'$ besitzen die selben



Eigenschaften der Ausgangsabbildung.

Lässt sich nun eine Figur durch Punktspiegelung in 2 kongruente Figuren

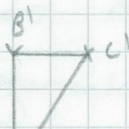
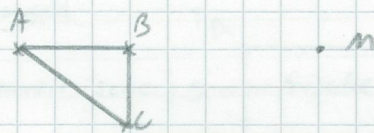
teilen bzw. lässt sich eine Teilfigur durch Punktspiegelung ergänzen so nennt man sie Punktsymmetrisch.

Durch eine Drehung lassen sich ebenfalls kongruente (deckungsgleiche) Figuren

herstellen. ABC wird auf einem Kreis um den Punkt M zu $A'B'C'$. Jeder

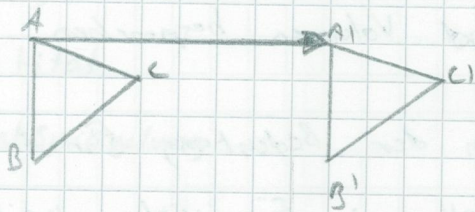
der vom Drehpunkt M verschiedene Punkt ABC bestimmt seinen Bildpunkt

$A'B'C'$ nach große α Orientierung konstanten Winkel α .



Eine Figur ist demnach als Drehsymmetrisch zu bezeichnen wenn sie sich durch eine Drehung mit konstantem Winkel in kongruente Teilfiguren zerlegen lässt.

Durch Verschiebung können ebenso kongruente Abbildungen entstehen. Verschiebt man ABC in die selbe Richtung so entsteht $A'B'C'$. Jeder Punkt A bestimmt mit seinem Bildpunkt A' konstante Länge, Richtung und Orientierung. Alle ~~Produkte~~ Punkte B und C werden nun parallel zur Strecke $\overline{AA'}$.



Eine Figur die sich durch eine Verschiebung aus 2 kongruenten Teilfiguren ergibt ist demnach als Verschiebungssymmetrisch zu bezeichnen. Im Bereich der ebenen Geometrie werden durch symmetrische Eigenschaften von Figuren unterschieden und somit Figuren klassifiziert.

Aufgabe 2:

Der Symmetriebegriff taucht in unterschiedlichen Zusammenhängen und Bedeutungen im Mathematikunterricht auf. In Geometrie zieht er sich von der 5ten bis zur 9ten Klasse durch und findet Verwendung bei Kongruenzabbildungen, Flächen- und Volumenberechnungen, Kreise vergleichen unterschiedlicher Körper oder Flächen, bei der Dreiecksbestimmung und Darstellung.

In den Klassen 5 und 6 werden die Begriffe Bild, Symmetrie, Spiegelung (i.a. Achsen- und Punktsymmetrie) und Rechteck sowie Parallelogramm

Flächeninhalte von Quader, Rechteck und Parallelogramm werden durch ergänzen oder verschieben von kongruenten Flächen bestimmt.

Kongruenzabbildungen werden in Klasse 5 angesprochen und in 6. Bei den Dreiecken vertieft. Parallelverschiebung, Drehung und Punktspiegelung werden in den Klassen 6 und 7 angesprochen. Voraussetzungen dafür sind die Begriffe Parallelität und Kenntnisse über Winkel, Winkelarten, Winkelmaß, Winkelbestimmung. In der 7ten und 8ten Klasse kommt der Symmetrie neben der Erstellung von Diagrammen hauptsächlich bei der Berechnung von Körpern wie z.B. Prisma, Quader, Zylinder, Pyramide Bedeutung zu. Durch zerlegen und/oder ergänzen können diese miteinander verglichen werden und somit Flächeninhalt und Volumen bestimmt werden. In der 9ten werden Kegel und Kugel mit Flächeninhalt und Volumen besprochen.

Dem Symmetrie begriff kommt nicht nur in der Bedeutung für einzelne Unterrichtsthemen Bedeutung zu, sondern allgemein für viele weitere Lebensbereiche:

- Lebensvorbereitung

(Malen, Bauen, Streichen usw.)

- Berufsvorbereitung

(Maler und Lackierer, Künstler)

- Alltagsbetrachtungen

(wenn man symmetrische, geometrische Formen, Figuren im Alltag wieder findet)

- allgemeine Lernaide

(gut für Räumliches Denken, genaues Arbeiten, Konzentration, Transferleistungen erbringen, Feinmotorik, Taktik, instrumentelle und kognitive Bereiche werden)

Die Schülerinnen und Schüler sollen durch genaues betrachten einordnen, zeichnen Raumverständnis aufbauen. Sie sollen lernen Problemlöser zu werden und Teamfähig zu werden.

Aufgabe 3:

Zur Achsensymmetrie gibt es zahlreiche handlungsorientierte Aktivitäten die man mit Schülerinnen und Schülern unterschiedlicher Schul und Jahrgangsstufen machen kann.

1. Betrachten

Einige Alltagsgegenstände genau betrachten und beschreiben \rightarrow Symmetrie erkennen und benennen können

2. Papier

Mit Papier lassen sich viele unterschiedliche Aktivitäten ausführen.

Schneiden, Falten, reißen, übereinander legen und einritzen sind nur ein paar davon. Durch Falten eines Quadrates in der Mitte erkennt man, dass beide Seiten gleich groß sind. Durch Falten eines Bildes z.B. Tannenbaum oder Schmetterling in der Mitte erkennt man, dass beide Hälften gleich aussehen und sich ergänzen zu einem Bild \rightarrow Zerlegung und ergänzungsgleichheit \rightarrow Symmetrien erkennen \rightarrow Papier aufeinander zusammenlegen und Männchen ausschneiden.

3. Zeichnen

Durch malen, skizzieren, zeichnen ~~Klecks~~^{von Klecks} lassen sich symmetrische Figuren herstellen. \rightarrow z.B. Klecksbilder bei denen durch einen Spiegel, der durch

Seite sichtbar gemacht wird \rightarrow SS erkennen das Bild ergänzt wird zu einem Gesamtbild. Die Achse (in diesem Fall, der Spiegel) teilt Bild in der Mitte.

4. Bewegungen / Spiele

Durch Partnerspiele oder Tanz, lassen sich Symmetrieeigenschaften zeigen z.B. Spiegelspiel (2 Schüler stehen sich gegenüber und machen Bewegung des anderen nach) oder Symmetrien Tanzen lassen. \rightarrow Es wird deutlich, das Achse Bild in 2 Teile teilt und alle Punkte den selben Abstand zur Achse haben wie ihre Bildpunkte.

\rightarrow geht Schüler A einen Schritt näher an „Spiegel“ geht gleichzeitig Schüler B einen Schritt näher an „Spiegel“.

5. DGS / PC

Durch unterschiedliche Lernsoftwares können gewohne Erkenntnisse vertieft und erweitert werden

6. Modelle

Anhand verschiedener Modelle von Körpern können Symmetrieachsen sichtbar gemacht werden. Vor allem Kantenmodelle eignen sich gut aber auch Vollmodelle aus Knetmasse können gebaut werden und dann in Mitte auseinander geschnitten werden.

7. Zusammenlegen

auf Boden oder Tisch Klebeband abziehen und nun mit unterschiedlichen Teilfiguren eine Achsensymmetrische Figur legen. \rightarrow S erkennen Abstand aller Punkte zerlegungs- und ergänzungsgleichheit.

8. Weitere Möglichkeiten

- Spiele (z.B. Zieg mit kleine Eigenschaften)
- malen und selber machen lassen
- Figuren erweitern
- Ornamente zeichnen, malen, basteln

Aufgabe 4:

Vierecke lassen sich anhand mehrer Eigenschaften klassifizierend z.B.

länge der seiten, Anzahl der Diagonalen, Anzahl gleicher Winkel usw.

Wenn man Vierecke anhand ihrer Symmetrieeigenschaften klassifizieren möchte geht man meist von den unterschiedlichen Symmetrieachsen aus.

1. keine Symmetrieachse

(unregelmäßiges Viereck, unregelmäßiger Drache, unregelmäßiges Trapez, unregelmäßiges Sechseck)

2. mindestens 1 Symmetrieachse

(Raute, Drache, Quadrat, Parallelogramm, Rechteck, Trapez)

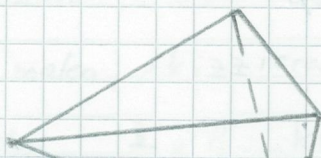
3. mindestens 2 Symmetrieachsen

(Raute, Parallelogramm, Rechteck, Quadrat)

4. mehr als 2 Symmetrieachsen (Quadrat)

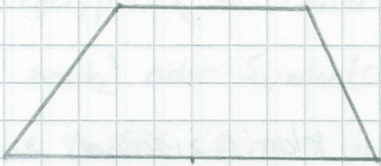
1. unregelmäßiges

Viereck



- alle Seiten haben unterschiedliche Länge
- alle Winkel sind unterschiedlich groß
- Diagonale teilen 4Eck nicht und halbieren sich auch nicht
- keine Seite parallel

2. Trapez



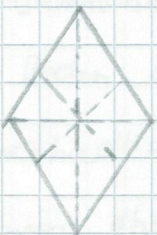
- 2 parallele Seiten
- beim regelmäßigen Trapez ist Symmetrie vorhanden
- alle Winkel unterschiedl.
- ↳ Ausnahme regelmäßiges Trapez

3. Drache



- gegenüberliegende Winkel gleich groß
- 1 paar groß benachbarte ~~Seiten~~ Seiten
- benachbarte Seiten gleich lang
- 1 Symmetrieachse
- ↳ Ausnahme unregelmäßiger Drache

4. Raute



- 4 gleich lange Seiten
- gegenüberliegende Winkel gleich groß
- gegenüberliegende Seiten parallel

5. Rechteck



- gegenüberliegende Seiten parallel und gleich lang
- alle Winkel gleich groß $= 90^\circ$

6. Parallelogramm



- gegenüber Seiten parallel
- Winkel gleich groß gegenüber

7. Quadrat