

1.

Es gibt vier verschiedene Arten von Bruchdarstellung. Also vier verschiedene Arten einen Bruch darzustellen bzw. ersichtlich zu machen.

a) Das Äquivalenzprinzip

hierzu ist zu beachten zwischen gewöhnlichen Bruch, wo dass a (Zähler) größer ist als b (Nenner) $a, b \in \mathbb{N}$ ($\frac{a}{b}$) und bei Bruchzahl ist a (Zähler) kleiner als b (Nenner). $a, b \in \mathbb{Q}$.

Das Ergebnis eines Bruchzahl führt zu einer Dezimalzahl

z.B. $\frac{1}{3} \cdot \frac{2}{4}$ oder $\frac{3}{9} = 0,3\bar{3}$

\Rightarrow Diese sind Dezimalbrüche

Das Ergebnis eines gewöhnlichen Bruches sind ganze Zahlen

z.B. $\frac{4}{2}, \frac{9}{3}$ oder $\frac{5}{1}$

Wiederum sind Dezimalbrüche, wenn das Ergebnis nicht zu ganzen Zahlen führt, da dann ebenfalls zu Dezimalzahlen als Ergebnis führen. $a, b \in \mathbb{Q}$

z.B. $\frac{3}{5}, \frac{7}{3}$ oder $\frac{9}{5}, \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2}$

Zum Äquivalenzprinzip:

z.B. $(a, b) = (c, d) = ac \cdot bd$

b) Das Gleichungsprinzip

Auch hier ist verorb zwischen gewöhnlichen Brüchen und Bruchzahlen oder auch Dezimalbrüchen zu trennen.

Bsp.: Die Aufgabenstellung $x \cdot 7 = 3$ ist mit einer normalen Berechnung nicht möglich. Daher muss man zunächst ~~in~~ umformen zu einem Bruch.

I $x \cdot 7 = 3$

und

II $y \cdot 8 = 5$

$x = \frac{3}{7}$

$y = \frac{5}{8}$

Beim Gleichsetzungsprinzip, wie der Name schon sagt werden zwei Gleichungen, wie folgt gleichgesetzt

$$\text{I } x \cdot 7 = 3 \quad \text{II } y \cdot 8 = 5$$

$$\text{II } x \cdot 7 \cdot y \cdot 8 = 3 \oplus 5$$

$$x \cdot y \cdot 7 \cdot 8 = 3 \oplus 5$$

$$x \cdot y = \frac{8}{56}$$

c) Beim Operationsprinzip, werden die Brüche aufgrund von Operationen dargestellt

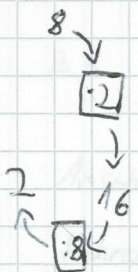
$$\text{z.B. } 3 \rightarrow \boxed{\cdot 5} \rightarrow 15 \rightarrow \boxed{: 3} \rightarrow 5$$

Demnach wird der Bruch $\frac{5}{3}$ dargestellt, wobei der Bruchstrich als Divisor (Teiler) zu verstehen ist.

Zur Veranschaulichung (eine Operationskette)



hierbei wird der Bruch $\frac{5}{3}$ dargestellt.



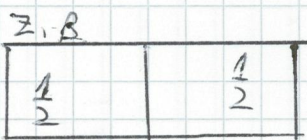
Bei dieser Operation wird der Bruch $\frac{2}{8}$ als Veranschaulichung dargestellt.

d) Das Größenverhältnis

Beim Größenverhältnis wird, wie der Name sagt die Brüche mit ~~physikalische~~ physikalischen Größen dargestellt.

$$\text{z.B. } \frac{1}{2} \text{ m, } \frac{1}{3} \text{ l oder } \frac{1}{2} \text{ kg}$$

Hierzu dienen zeichnerische Bausteine zur Veranschaulichung:



Ein Ganzes wird in 2 Hälften aufgeteilt.

$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{3}$
---------------	---------------	---------------

Ein Ganzes wird in 3 Teilen aufgeteilt.

$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$
---------------	---------------	---------------	---------------

Ein Ganzes wird in 4 Teilen aufgeteilt.

Hierbei ist jedoch zwischen „Ein Teil vom Ganzen“ und dem Verhältnisaspekt zu unterscheiden.

Z.B. „Ein Teil vom Ganzen“

$\frac{1}{2}$ m von einem ganzen Meter d.h. das $\frac{1}{2}$ ist ein Teil vom Ganzen.

„Verhältnisaspekt“

Der menschliche Körper besteht $\frac{1}{3}$ aus Wasser und $\frac{2}{3}$ aus organischen Stoffen. An dieser Stelle ist anzumerken, dass bei jeder dieser 4 Möglichkeiten zwischen gewöhnlichen Brüchen und Bruchzahlen (auch Dezimalbrüchen) zu unterscheiden ist.

Bei der Einführung von Brüchen an der Hauptschule (6. Klasse) sind alle 4 Varianten möglich. Jedoch kommt für die Einführung von Brüchen an der Hauptschule eher das Operationsprinzip und das Größenverhältnis zum Gebrauch, da das Äquivalenzprinzip und das Gleichungsprinzip nicht relevant sind. Für die Schüler an der Hauptschule durch die Operationschritte ein Bild von Brüchen machen, wobei durch das Größenverhältnis Brüche veranschaulicht werden können.

2.) Mögliche Fehler bei der Einführung von Dezimalbrüchen oder die typischen Schülerfehler bei der Bearbeitung von Dezimalbrüchen können sein, dass beispielsweise der Teiler (Nenner) größer als der Zähler ist,

Z.B. $\frac{3}{5}$; $\frac{4}{3}$ oder $\frac{5}{9}$

Bei der Berechnung dieser Aufgabenstellung können Probleme auftauchen, da die Schüler gewöhnlicherweise immer eine Zahl durch eine kleine Zahlen teilen. Problematisch wird es, wenn Schüler versuchen die Brüche umzudrehen. Eine Möglichkeit zur Behebung dieses Problems wäre die Ausschreibung der Brüche mit dem dazugehörigen Ergebnis um einerseits die Reihenfolge und das Resultat des Bruches zu veranschaulichen.

z.B.

$$3 : 5, 5 : 9 \text{ oder } \frac{1}{3} = 1 : 3 = 0,3\bar{3}$$

Ein weiteres Problem bei Dezimalbrüchen könnte auftauchen beim Teilen von ungeraden Zahlen.

z.B. $\frac{7}{3}, \frac{9}{5}$ oder $\frac{5}{3}$

Diese Teilung ist für die Schüler neu. Hierbei könnten bei der Berechnung Probleme entstehen.

Zur vereinfachten Darstellung von Brüchen könnte man diese Brüche in gemischten Brüchen umwandeln um diese zu veranschaulichen.

z.B. $\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}; \frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}, \frac{5}{3} = 1\frac{2}{3}$

Anschließend könnte man diese berechnen bzw. veranschaulicht zum Ergebnis führen. z.B. $\frac{7}{3} = 2\frac{1}{3} = 2,3\bar{3}$

Somit könnte der Lehrer für eventuelle Schwierigkeiten bei der Berechnung von Dezimalbrüchen vorbeugen und somit für die Schüler eine Hilfestellung leisten.

Sachanalyse:

siehe hierzu Aufgabe 1 + 2

Didaktische Analyse:

Bei der didaktischen Analyse ist es zunächst wichtig die Schülerschaft zu analysieren.

Die Schüler sind mit Brüchen vertraut. Hierzu eine kleine Wiederholung der Vorstunden um nochmals das Thema Bruch aufzufrischen. Einige kleine Kopfrechnungen wie $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ oder $\frac{10}{2}$.

Der Wissensstand der Schüler ist soweit in Ordnung eine Einführung der Multiplikation von Dezimalbrüchen durchzuführen. Es wird Gruppenarbeit eingeführt um für einen Wissensaustausch der Schüler zu sorgen.

Ziele (auch LP): Die Schüler sollen auf das bisherige Wissen über Brüche die Multiplikation von Dezimalbrüchen aufbauen.

Somit das Gelernte umsetzen und vertiefen Klasse: 6. Klasse (Einführung von Brüchen)

Vorbereitung:

Zunächst wird erfragt was die Schüler noch alles über Brüche wissen.

Anschließend werden kleine Kopfrechnungen durchgeführt um die Basics

herbei zu leiten. Demzufolge leitet der Lehrer zu Dezimalbrüchen über

und verlangt von jedem einzelnen Schüler allein für sich zu überlegen.

Ein Stummer-Impuls wird herbeigeholt.

Erarbeitung:

Die Klasse wird in Gruppen aufgeteilt. Jede Gruppe beinhaltet ca. 4-5 Schüler. Jede Gruppe überlegt sich etwas zu Dezimalbrüchen. Eine aus der Gruppe notiert die Anmerkungen der Gruppenmitglieder. Der Lehrer steht zur Verfügung und klärt offene Fragen.

Als nächstes fragt der Lehrer wie man ganz normale Zahlen miteinander multipliziert und verweist wieder auf die Gruppen. Jede Gruppe 1-2 Minuten. Einer aus der Gruppe meldet sich und erklärt wie eine normale Multiplikation errechnet wird. Nun stellt der Lehrer die Frage wie eine Multiplikation von einem Dezimalbruch möglich sei. Jede Gruppe erhält ca. 10 Minuten zum Überlegen, während der Lehrer einige Beispiele auf der Rücktafel anbringt. Jeweils ein Schüler aus der Gruppe geht heraus und erklärt wie eine Multiplikation von Dezimalbrüchen möglich ist.

Mit der Hoffnung, dass ein Schüler errät wie eine derartige Multiplikation durchgeführt wird, wird die innere Seite der Tafel mit der Überschrift „Multiplikation von Dezimalbrüchen“ auf geklappt. Für den Fall, dass es niemand errät, zeigen die Beispiele an der Tafel den Vorgang der Multiplikation von Dezimalbrüchen. Somit würde der Lehrer eine Hilfestellung leisten.

Bsp.: an der Tafel

$$4\frac{1}{3} \cdot 3\frac{1}{3} \quad ; \quad 2\frac{1}{3} \cdot 3\frac{2}{3} \quad ; \quad 2\frac{2}{3} \cdot 3\frac{2}{3} \quad \text{und} \quad \frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3} = \frac{12}{12} = 1$$

The image shows four examples of decimal multiplication. The first is $4\frac{1}{3} \cdot 3\frac{1}{3}$ with arrows indicating the multiplication of the whole parts (4 and 3) and the fractional parts ($\frac{1}{3}$ and $\frac{1}{3}$). The second is $2\frac{1}{3} \cdot 3\frac{2}{3}$ with similar arrows. The third is $2\frac{2}{3} \cdot 3\frac{2}{3}$ with similar arrows. The fourth is $\frac{3}{4} \cdot \frac{4}{3} = \frac{12}{12} = 1$ with arrows showing the multiplication of the numerators (3 and 4) and denominators (4 and 3).

Diese Beispiele werden zusammen an der Tafel berechnet. Hierzu werden noch zur Vertiefung andere Beispiele aus dem Buch erarbeitet. zuletzt wird die Frage von Seiten des Lehrers gestellt, ob offene Fragen da sind. Für den Fall, dass sich niemand meldet, wählt der Lehrer den schwächsten Schüler aus und lässt ihn an der Tafel eine Rechnung vormachen um

die Berechnung an der Tafel begriffen hat, geht der Lehrer davon aus, dass es jeder kann.

Ergebnissicherung

Der Eintrag auf der Tafel wird ins Heft übernommen.

Anschließend werden je nach Zeitverfügbarkeit weitere Aufgaben aus dem Buch hergenommen. Der Rest der Aufgaben wird als Hausaufgabe den Schülern aufgegeben.

4.) Umwandlung von gewöhnlichen Brüchen in Dezimalbrüche

z.B. $\frac{3}{2} \Rightarrow$ gewöhnlicher Bruch

L \rightarrow Umwandlung in ein gemischten Bruch.

$$\frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} = 1,5 \Rightarrow \text{Dezimalzahl}$$

oder

$$\frac{5}{3} \Rightarrow 1\frac{2}{3} = 1,6\bar{6} \Rightarrow \text{Dezimalzahl}$$

Umwandlung von Dezimalbrüchen zu gewöhnlichen Brüchen.

$$1\frac{1}{2}$$

\swarrow
gewöhnlicher Bruch

\uparrow
Dezimalbruch

oder $3\frac{4}{5} \Rightarrow \frac{19}{5}$

\uparrow
Dezimalbruch (gemischter Bruch) \swarrow gewöhnlicher Bruch

Bei der Umwandlung von einem gewöhnlichen Bruch in einem Dezimalbruch entsteht daraus zunächst ein gemischter Bruch, der dann anschließend zu einer Dezimalzahl führt. Die Umwandlung von Dezimalbruch in einen gewöhnlichen