Thema Nr. 2

1) Der Begriff „Bruch" tritt im Zahlenbereich $\mathbb{Q}$, also der Bereich der radionalen Zahlen, auf. Es gibt verschiedene Konzepte einen Bruch zu beschreiben. Das Gleichungskonzept besagt, dass ein Bruch das Ergebnis der Gleichung $a \cdot x = b$; also $x = \frac{b}{a}$ ist.

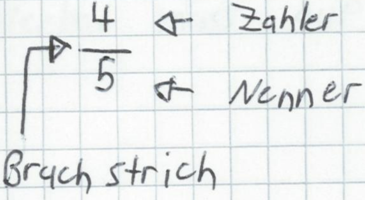
Das Operatorkonzept zerlegt den Bruch in zwei einzelne Schritte:

$$x \xrightarrow{\cdot a} \square \xrightarrow{:b} \square$$

Das Größenkonzept sagt aus, dass es sich bei einem Bruch um eine Größe handelt, z.B. $\frac{1}{2}$ cm.

Das Äquialenzklassenkonzept besagt, dass ein Bruch eine Äquialenzklasse ist, die die drei Eigenschaften Reflexivität, Symetrie und Tranvivität erfüllen muss.

Ein Bruch bzw. ein „gewöhnlicher Bruch" besteht aus einem Zähler, einem Nenner und einem Bruchstrich:



Man unterscheidet zwischen echten, unechten und gemischten Bruch.

Beim echten Bruch ist der Betrag des Zählers kleiner als der Betrag des Nenners.

Beim unechten Bruch ist der Betrag des Zählers größer als der Betrag des Nenners, z.B. $\frac{5}{2}$

Bei einem gemischten Bruch steht eine ganze Zahl davor, er ist also größer als eins; z.B. $1\frac{1}{2}$.

Ein Dezimalbruch ist eine Abfolge von Zahlen dier ein Komma beinhaltet; z.B. 12,45.

Ein gewöhnlicher Bruch lässt ~~auch~~ sich zu einem Dezimalbruch umwandeln, indem man den Nenner zu einer 10er-Potenz erweitert.

$$\frac{2 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{4}{10} = 0{,}4$$

2) Bei Dezimalbrüchen kann es zu Fehlern bei Schülern kommen. Diese müssen von Anfang an behoben werden, damit diese nicht ständig wiederholt werden.

Man unterscheidet Leichtsinnsfehler von Verständnisfehlern, im Folgenden wird besonders auf Letzteres eingegangen.

Typischer Schülerfehler treten schon bei der Vorstellung von Dezimalbrüchen auf. Schüler können häufig einen Dezimalbruch nicht ein- oder zuordnen, daher ist es wichtig den Schülern am Zahlenstrahl zu zeigen, wo sich ein Dezimalbruch befindet.

Die Umwandlung eines gewöhnlichen Bruches in einen Dezimalbruch bereitet Schülern ebenfalls Schwierigkeiten. Es ist wichtig den Schülern zu erklären, dass der Nenner zu einer 10er Potenz erweitert werden muss.

Beispiel: $\frac{3}{5} \cdot \frac{2}{2} = \frac{6}{10} = 0,6$

$$\frac{3}{4} \cdot \frac{25}{25} = \frac{75}{100} = 0,75$$

Erst wenn der Nenner eine Potenz von 10 ist, kann der Bruch in einen Dezimalbruch umgewandelt werden.

Hierbei muss auf die Kommasetzung geachtet

Werden. Hierfür gibt es eine einfache Merkhilfe: So viele Nullen die 10er-Potenz im Nenner hat, so viele Stellen stehen hinter dem Komma.

Besonders bei den Rechenoperationen treten Schülerfehler auf, da das Komma vergessen oder falsch gesetzt wird. Bei der Addition werden bei der schriftlichen Rechnung die zahlen falsch untereinander geschrieben und dadurch kommt es zu Fehlern.

Beispiel:

$$\begin{array}{r} 4{,}73 \\ +\,12{,}8 \\ \hline 60{,}1 \end{array}$$ ↯ falsch!

Diese Fehlerquelle lässt sich beheben indem man das Komma untereinander schreibt:

$$\begin{array}{r} 4{,}73 \\ 12{,}8 \\ \hline 17{,}53 \end{array}$$

Das gleiche ist bei der Subtraktion der Fall und kann genauso behoben werden.

Bei der Rechenoperation Multiplikation treten ebenfalls Fehler bei der Kommasetzung auf.

Beispiel:

$2{,}3 \cdot 1{,}12 = 25{,}76$ ↯ falsch!

Hiefür lässt ~~die~~ sich die Regel aufstellen:
Zähle jeweils die kommas, soviele Stellen hinter dem Komma sind beim Ergebnis.

Beispiel: $2,\underset{\uparrow}{3} \cdot 1,\underset{\uparrow\uparrow}{12} = 2,\underset{\uparrow\uparrow\uparrow}{576}$

Bei der Division kommt es ~~u~~ wie bei allen anderen Rechenoperationen zu Problemen und Fehlern mit der Kommasetzung.

Beispiel: 12,3 : 0,6 = 2,05 ↯ falsch

Viele Schüler vermuten, dass die Regel der Multiplikation auch bei der Division zutrifft, diese Annahme ist jedoch falsch. Deshalb muss eine neue Regel gefunden werden.

Beispiel:

```
98,404 : 7,3 = 13,48
73
--
254
219
---
 350
 292
 ---
  584
```

Zunächst multpliziert man den Divisor mit einer 10er-Potenz, damit das komma soweit verschoben wird das es wegfällt.

Mit der selben 10er-Potenz wird Dividend multipliziert.

Beispiel: 984,04 : 73

Anschließend führt man wie gewohnt die Division durch, überschreitet man beim Dividend das Komma, wird es auch beim Ergebnis gesetzt.

Bei der Multiplikation und Division von 10er-Potenzen brauchen die Schüler nicht zu rechnen, es genügt lediglich das Komma zu verschieben. Hierbei kommt es häufig zu fehlern, da das Komma in die falsche Richtung geschoben wird oder um zu wenig oder viele Stellen.

Beispiele: 7,5 · 10 = 750 ↯ falsch
13,9 : 100 = 1390 ↯ falsch

Auch hiefür gibt es eine einfache Merkhilfe.
Bei der Multiplikation wird das Komma nach rechts verschoben, bei der Division nach links.
So viele Nuller die Potenz hat, um so viele Stellen muss ich das Komma verschieben. Wichtig, wie bei allen Aufgaben in Mathe ist das Üben der Aufgaben. fehler sollten bereits am Anfang behoben werden, damit sie nicht eingeübt und beibehalten werden.

Die Merkhilfen und Regeln müssen unbedingt fixiert werden, damit Schülerfehler vermieden werden. Ein Plakat mit den Regeln im Klassenzimmer unterstützt zusätzlich dem Merkprozess.

Das fehlerfreie Rechnen mit Dezimalbrüchen ist besonders wichtig, da sie Grundlage für die Prozentrechnung sind.

3)

Unterrichtsentwurf

Vorkenntnisse der Schüler: Die Schüler haben die Dezimalzahlen bereits kennengelernt und beherrschen die Addition und Subtration von Dezimalbrüchen. Außerdem können sie Dezimalbrüche runden und multiplizieren Dezimalbrüche mit ganzen Zahlen.

Ziele der Unterrichtsstunde:

- Grobziel: Die Schüler können zwei Dezimalbrüche miteinander multiplizieren
- Feinziele: 1) Die Schüler stellen Vermutungen zur Kommasetzung bei der Multiplikation von zwei Dezimalbrüchen auf.

  2.) Die Schüler runden Dezimalbrüche

  3.) Die Schüler erarbeiten selbstständig eine Regel zur Kommasetzung

Materialien: Tafel; Notizzettel; Heft; Stift; Buch (Mathebuch für Aufgaben)

Unterrichtsverlauf

Phase	Verlauf	Sozialform/ Material
Anfang, Aufwärm-Phase	Lehrer stellt Schülern kopfrechen aufgaben zu vorangegangen Themen, Schüler notieren Ergebnis Schüler vergleichen und kontrollieren Ergebnisse	Lehrerzentriert Notizzettel, stift
Problem-stellung	Lehrer schreibt Rechnung an die Tafel: $32 \cdot 14 =$ Schüler rechnen Aufgabe Lehrer schreibt Rechnung an Tafel: $3{,}2 \cdot 1{,}4 =$ Schüler stellen Vermutungen auf: 4,48 oder 44,8 oder 0,448 Lehrer fixiert diese	Tafel Frontalunterricht
Problemlösung	Schüler runden zuerst die Dezimalbrüche	Tafel Schüler zentriert

Zeit	Phase	Verlauf	Sozialfrage/ Material
		auf: 4 · 2 = 6 dann ab: 3 · 1 = 3	
18		Schüler sagen, dass Ergebnis der Dezimalaufgabe zwischen 3 und 6 liegen muss	
		Lehrer zieht Anfangsvermutungen heran, Schüler kommen zum Schluss, dass 4,48 das richtige Ergebnis ist.	
22		Lehrer: „Wie viele Stellen nach dem Komma hat das Ergebnis?" Schüler: „2" Schüler: „Faktoren haben jeweils eine Stelle nach dem Komma, also zusammen ebenfalls zwei	
		Schüler stellen Theorie auf, dass man Stelle nach dem Komma der beiden Faktoren addieren muss um Nachkommerstellen des Produkts zu erhalten	
25			

zeit	Phase	verlauf	Sozialform/ Material
30		Schüler testen bei anderen Aufgaben, ob die von innen aufgestellte Theorie immer zutrifft; indem sie beim Rechnen vorerst das Komma weglassen, dann Dezimalbrüche runden und anschließend Komma einfügen	Notizzettel Aufgaben Einzelarbeit
38	Fixierung	Lehrer und Schüler überlegen knappe Regel und fixieren diese an der Tafel bzw im Heft	Tafel, Heft; Stift Schülerzentriert
38 45	Übungsphase	Schüler üben die Multiplikation von Dezimalbrüchen unter Anwendung der Regel.	Mathebuch, Heft

Tafelbild:

linke Tafel (Außentafel):

- Vermutungen der Schüler

Tafelmitte:

Wir multiplizieren Dezimalbrüche

$$32 \cdot 14 = 448$$

$$3,\underset{\uparrow}{2} \cdot 1,\underset{\uparrow}{4} = 4,\underset{\uparrow}{4}\underset{\uparrow}{8}$$

Merke: Ich multipliziere erst ohne Komma, dann zähle ich die Stellen nach dem Komma der beiden Faktoren, somit erhalte ich die Nachkommastellen des Ergebnisses.

Kopfrechenaufgaben:

1) Runde sinnvoll: 3,8 ; 4,1 ; 12,7 ; ~~16~~ 57,4

2) 5,4 + 2,3 = ?

3) 12,9 − 8,5 = ?

4) 0,5 · 100 = ?

5) 13,73 · 10 = ?

6) 6,3 · 4 = ?

7) 24,9 · 3 = ?

Zu Beginn der Stunde findet eine Aufwärmphase durch Kopfrechenaufgaben statt. Dadurch werden die Schüler aktiviert, altes wiederholt und auf das neue Thema eingestellt.

Anschließend wird ein Problem aufgezeigt und zwar die Multiplikation zweier Dezimalbrüche. Das Interesse der Schüler soll geweckt werden und sie stellen

Vermutungen auf.

Um ihre Vermutungen zu untersuchen, runden die Schüler die Dezimalbrüche. Sie greifen auf bereits bekanntes zurück um es auf neue Probleme anzuwenden.

Die Schüler erarbeiten ihre Regel eigenständig da sie dadurch besser verinnerlicht und verstanden wird. Anschließen erproben sie ihre Regel und üben sie dadurch ein um sie zu verinnerlichen

4))

Umwandlung von Brüchen in Dezimalbrüche:

Zunächst muss der Nenner des Bruches in eine Potenz von 10 umgewandelt werden, dies geschicht durch erweitern des Bruches

Beispiel:

① $\frac{4}{5} \frac{\cdot 2}{\cdot 2} = \frac{8}{10}$

Erweiterung durch
2 auf 10

② $\frac{8}{5} \frac{\cdot 2}{\cdot 2} = \frac{16}{10}$

Erweiterung durch
2 auf 10

③ $\frac{7}{8} \frac{\cdot 125}{\cdot 125} = \frac{875}{1000}$

Erweiterung durch 125 auf
1000

Anschließend wandelt man den gewöhnlichen Bruch in einen Dezimalbruch um; indem man die Nullen der 10er Potenz zählt, diese geben die Stellen nach dem

Seite 16

Komma an.

Beispiel: ① $\frac{8}{10} = 0{,}8$

② $\frac{16}{10} = 1{,}6$

③ $\frac{875}{1000} = 0{,}875$

Umwandlung von Dezimalbrüchen in gewöhnliche Brüche

Zunächst schreibt man die Zahl ohne Komma hin, sie gibt den Zähler. Anschließend zählt man die Stellen nach dem Komma beim Dezimalbruch. Die Anzahl ergibt die Nullen der 10er Potenz im Nenner des gewöhnlichen Bruches

Beispiel: ① $0{,}73 = \frac{73}{100}$ ③ $0{,}42 = \frac{42}{100}$

② $1{,}245 = \frac{1245}{1000}$

Anschließend kürzt man den Bruch soweit wie möglich.

Bsp: ① $\frac{73}{100} = \frac{73}{100}$

② $\frac{1245 : 5}{1000 : 5} = \frac{249}{200}$

③ $\frac{42 : 2}{100 : 2} = \frac{21}{50}$