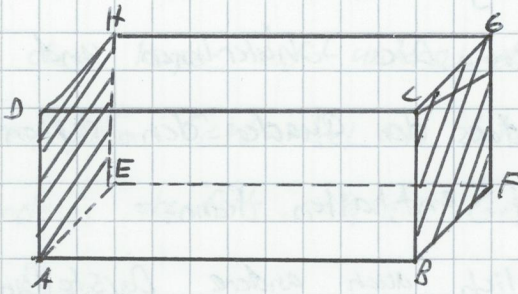


## Thema Nr. 2:

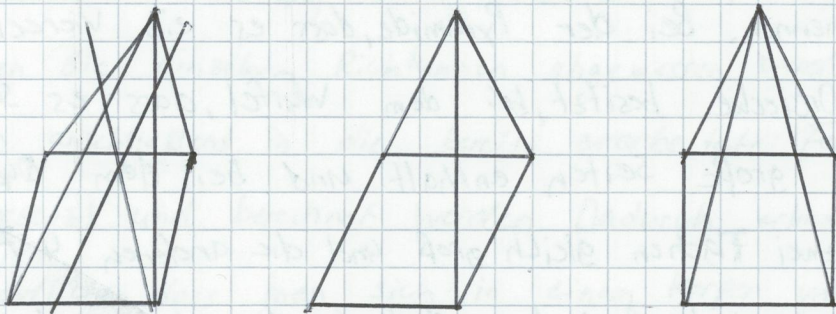
Der Quader ist ein räumlicher Körper, der in drei Richtungen bzw. Ebenen aufgespannt wird.



Bei dem Quader handelt es sich um einen Nachfolger des Würfels, wenn das Haus der Vierecke betrachtet wird.

Der Würfel ist eine Spezialform des Quaders. Ein Quader ist also ebenfalls ein Körper mit acht Ecken und sechs Flächen. Zwei zueinander kongruente Vierecke bilden die Seitenflächen des Körpers. Die jeweiligen oberen, unteren, linken bzw. rechten Kanten sind durch kongruente Rechtecke miteinander verbunden.

Die Pyramide unterscheidet sich deutlich vom Quader.



Sie ist ein Körper mit einer Grundfläche aus  $n$ -Ecken in der Zeichnung ein Quadrat, also Viereck und ihre Mantelfläche setzt sich aus vier Dreiecken zusammen.

b) Die gerade erläuterten Körper lassen sich im Mathematikunterricht der Haupt-/Mittelschule auf unterschiedliche Weisen darstellen.

Wenn die Schüler zuvor bereits den Würfel kennen gelernt haben, kann die Gestalt des Quaders durch einen sogenannten Umschüttversuch näher gebracht werden. Die Schülerinnen und Schüler sollen hier erkennen, dass der Quader den selben Inhalt wie der Würfel enthalten kann.

Es gibt natürlich auch andere Darstellungsmöglichkeiten. Ein Modell kann herangezogen werden, das von den Jugendlichen mit Einheitsquadraten aufgefüllt wird.

Auch können die Körper ertastet werden. Dies hat zur Folge, dass die Kinder mit allen Sinnen lernen und sich somit die Gestalt besser einprägen können.

Jedes Kind hat schon einmal einen Würfel in der Hand gehabt. Auch bei der Pyramide bietet sich diese Methode an, da viele die Form einer Pyramide zumindest vom sehen können. Durch das Erfühlen gelingt es den Jugendlichen, die wesentlichen Merkmale zu nennen. Bei der Pyramide, dass es ein Viereck und vier Dreiecke besitzt, bei dem Würfel, dass es sechs gleich große Seiten enthält und bei dem Quader, dass zwei Flächen gleich groß und die anderen 4 Flächen kongruent sind. Auch kann dadurch die Anzahl der Ecken benannt werden. Es breitet sich ebenfalls an, lebensnahe Gegenstände, wie zum Beispiel das Schulbuch, zur Hand zu nehmen. Eine weitere Möglichkeit wäre durch Ergänzung

oder durch Zerlegung auf einen anderen Körper zu schließen. Aber auch normale Abbildungen bzw. Bilder können die Eigenschaften der Körper zeigen. Das Ausfüllen eines Rechteck-Modells mit Einheitswürfeln ermöglicht einen einfachen Zugang zum Volumen. Auch mit Hilfe einer Lernsoftware kann die Pyramide und der Quader vorgeführt werden. Mit dieser Software können diese Körper auf unterschiedliche Weise dargestellt werden und von jedem Sichtwinkel aus betrachtet werden. Dies hilft den Kindern ebenfalls, sich die Gegenstände besser vorstellen zu können.

2. Natürlich gibt es auch Schüleraktivitäten bzw. Aufgabenstellungen, die das räumliche Vorstellungsvermögen der Schülerinnen und Schüler fördert.

Hier wäre das im vorangegangenen Punkt erwähnte Rechteck-Modell, das mit Einheitswürfeln aufgefüllt wird, zu nennen.

Durch eine Übertragung, dass es sich bei dem Klassenzimmer um eine Form des Quaders handelt, kann für den Schüler ein wichtiger Schritt zu einer besseren räumlichen Vorstellung führen. Gemeinsam in Gruppen, können die einzelnen Richtungen abgemessen werden und dann anschließend in die bereits erarbeitete Formel eingesetzt und berechnet werden. Dadurch erkennen die Jugendlichen, dass man sich in einem Körper vor, zurück, nach links und nach rechts bewegen kann. Durch das Hüpfen kann eine weitere Richtung vorgenommen werden.

Das Vorstellungsvermögen der Kinder kann vor allem dann verbessert werden, wenn sie Gegenstände direkt erfahren und diese auch einen lebensnahen Bezug für sie darstellt. Auch ist es ein Vorteil wenn in Partnerarbeit gearbeitet wird. Hier müssen die Schüler in einfachen Worten den Sachverhalt erklären. Auch kann eine Lernsoftware herangezogen werden. Die Schüler sollen mit der dieser selbst experimentieren und dadurch Erfahrungen sammeln. Durch das Verändern der Größen der Figur sollen sie ein Gefühl für das Aussehen des Körpers erwerben. Durch das Drehen kann der Körper von allen Seiten betrachtet werden.

Durch die Messung mit anderen Längeneinheiten (Ellbogen, Handflächen) kann das Prinzip weiter verdeutlicht werden und bietet eine Abwechslung zum Unterricht. Auch ist es wichtig, den Jugendlichen Sonderformen zu zeigen und diese ebenfalls erfahrbar machen. Mit Hilfe von Aufgaben, die eine Tätigkeit des Schülers fördern, erwirbt dieser ein besseres räumliches Vorstellungsvermögen.

Abschließend ist also festzuhalten, dass es besonders wichtig ist, den Jugendlichen Gegenstände fühlen zu lassen, um eine räumliche Vorstellung zu gewinnen. Auch eine Selbsttätigkeit ist hierfür besonders wichtig (z.B. das Abmessen eines Raumes und Messung der Höhe mit einem Meterstab). Ebenso ist es hilfreicher, wenn lebensnahe Gegenstände, wie z.B. die Schultasche, das Buch, der Fernseher, herangezogen werden. Dadurch ist für die Jugendlichen der Raum „zu sehen“ und dies muss nicht durch eigene Vorstellungen geschehen, wozu ein Teil der

a) mathematische Analyse / Sachanalyse

b) Didaktische Analyse

Diese beiden Punkte wurden bereits oben genauer beschrieben.

c) Voraussetzung der Schülerinnen bzw. Schüler

Die Schülerinnen und Schüler befinden sich in den unteren Klassenstufen in der konkreten Phase. Sie sind noch nicht in der Lage etwas Hypothetisches anzunehmen. Darum ist es hier gerade wichtig, handlungs- und produktionsorientierte Maßnahmen in den Unterricht mit einzu beziehen. Es ist also von Bedeutung, dass die Schülerinnen und Schüler den Körper sehen, wie bereits oben ausgeführt, z.B. mit Hilfe von Folien und diesen Körper selbst in der Hand halten, diesen erfühlen und mit ihm experimentieren. Dadurch können sich die Schülerinnen und Schüler die Form des Quaders besser merken und sich die Merkmale des Körpers gut einprägen.

d) Einbettung in den Lehrplan

Der Quader stellt in der Geometrie einen wichtigen Körper dar. Nachdem die Schülerinnen und Schüler in den vorangegangenen Stunden und Wochen 2-dimensionale Vierecks-körper, wie das Quadrat, Rechteck, Parallelogramm und das Trapez kennen gelernt haben, sollen sie nun auch die dritte, also die räumliche Ebene kennen lernen.

Anschließend lernen die Jugendlichen kompliziertere Körper, wie das Prisma, die Pyramide und den Kegel.

## e) Didaktische Reduktion

Um die Schülerinnen und Schüler nicht anfangs zu überfordern wird der Quader mit Zehnerzahlen berechnet. Nachdem sie das Prinzip verstanden haben, können auch andere natürliche Zahlen verwendet werden. Allerdings ist hier zu beachten, dass mit kleineren Zahlen begonnen wird und diese mit der Zeit schrittweise erhöht werden können.

## f) Ziele der Unterrichtsstunde

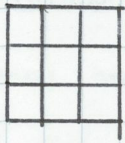
Das Stundensthema ist, dem Begriff des Volumens kennen zu lernen bzw. wenn zuvor der Würfel behandelt wurde, zu wiederholen. Außerdem sollen die Jugendlichen am Ende der Stunde in der Lage sein, das Volumen eines Quaders selbständig und fehlerfrei ausrechnen zu können.

Natürlich können die Ziele der Stunde noch weiter unterteilt werden. Die sogenannten Feinziele sind, wenn der Würfel zuvor behandelt wurde, dessen Merkmale auf den Quader übertragen zu können und sollen erkennen, dass der Würfel eine Sonder- (Spezialform des Quaders) ist. Außerdem sollen die Jugendlichen das Vergleichen der Inhaltsgröße von Körpern abschätzen und einüben. Am Ende der Einheit sollen sie Gegenstände als Quader identifizieren können (z.B. das Klassenzimmer) und dieses Volumen ausrechnen können. Auch sollen sie durch das Zehnerquadrat = 1 Liter Verknüpfungen

## 9) Konkrete Unterrichtseinheit

Zu Beginn der Stunde zeigt der Lehrer den Jugendlichen ein Würfel-Modell und zeigt ihnen ein Blatt (Quadrat), das kongruent zu den Seiten des Würfels ist. Die Schülerinnen und Schüler werden mit der Frage konfrontiert, wie der Inhalt des Würfels errechnet werden kann. Die Lösungsvorschläge werden gesammelt und von dem Lehrer an einen Tafel Flügel notiert. Zugleich schreibt er das Thema der Stunde an die Mitteltafel.

Wahrscheinlich wird die Frage schon richtig beantwortet. Für die anderen Schülerinnen und Schüler, für die die Lösung noch nicht ersichtlich ist, wird das Modell mit Einheitsquadraten an einer Grundfläche gefüllt.



Die Schülerinnen und Schüler schließen daraus, dass es sich bei der ersten Fläche um den Inhalt eines Quadrats handelt. In diesem Fall um  $a^2 = 9$ . Die Jugendlichen sollen nun erkennen, dass der Quader mit Hilfe zwei weiterer solcher Quadrate aufgefüllt werden kann. Anschließend werden gemeinsam die Einheitsquadrate gezählt. Das Ergebnis wird durch den Inhalt des Quadrats geteilt. Dadurch realisieren die Schülerinnen und Schüler, dass hierbei 3mal die Seite  $a$  multipliziert werden muss. Die Formel wird gemeinsam in das Heft notiert und der Begriff des Volumens wird erläutert. Die Jugendlichen erhalten nun ein Arbeitsblatt. Die erste Aufgabe wird mit dem Partner

Im nächsten Schritt werden die Aufgaben gemeinsam korrigiert. Wenn dies erfolgt ist, füllt der Lehrer ein 10er (Würfel, Quadrat) mit Wasser und zeigt den Schülern ebenfalls ein Quader, das doppelt so lang, aber nur halb so hoch ist. Die Jugendlichen sollen abschätzen, wie viel von dem Würfel in den Quader passen. Der Umschüttversuch wird nun durchgeführt und hat für einige ein überraschendes Ergebnis.

Es wird nun mathematisch nachgerechnet. Die Schülerinnen und Schüler berechnen Einzelne das Ergebnis des Seitenrechtecks. Ein großer Teil kann jetzt darauf schließen, dass das Volumen des Quaders dadurch berechnet werden kann, indem das Rechteck mit der anderen Seite multipliziert werden kann. ~~Daher~~ Dadurch wird die Formel für das Volumen des Quaders hergeleitet und unter die Formel für den Würfel geschrieben:

$$V_{\text{Würfel}} = a \cdot a \cdot a$$

$$V_{\text{Quader}} = a \cdot b \cdot c$$

Die Jugendlichen sollen nun erkennen, dass es sich bei dem Würfel um eine Sonderform des Quaders handelt.

Die Schülerinnen und Schüler lösen mit dem Nachbarn die zweite Aufgabe auf dem Arbeitsblatt. Danach werden die Lösungen wieder gesammelt. Zum Ende sollen sich die Schülerinnen und Schüler



Kurz Gedanken machen, welche Quader bzw. Würfel sie aus dem täglichen Gebrauch sonst noch kennen.

Die Gedanken werden gesammelt und an die Tafel notiert.

Ein Begriff wird ausgewählt (z.B. das Mathebuch). In fünf Vierergruppen werden die Seiten des Buches abgemessen und anschließend das Volumen ausgerechnet und gemeinsam besprochen.

Zum Abschluss der Stunde werden die Formeln gemeinsam wiederholt, indem möglichst schnell hintereinander Schüler aufgerufen werden, die die passende Lösung nennen.

Bis zur nächsten Unterrichtsstunde soll die Aufgabe 3 auf dem Arbeitsblatt, die beide Typen beinhaltet berechnet werden.